

高分解能光会合分光法による
冷却イッテルビウム原子間相互作用の決定

北川 昌明



2010 年

abstract

The cooling and trapping of atoms made it possible to achieve Bose-Einstein condensate (BEC) of the cooled atoms. One of the useful atoms for the researches is an Ytterbium (Yb) atom. Yb is a rare-earth element with an electronic structure similar to that of the alkaline-earth atoms. One of the unique features of Yb atoms is a rich variety of isotopes with five spinless bosons (^{168}Yb , ^{170}Yb , ^{172}Yb , ^{174}Yb , ^{176}Yb) and two fermions (^{171}Yb with the nuclear spin $I = 1/2$ and ^{173}Yb with $I = 5/2$), which enables us to study various mixtures of degenerate gases of Yb atoms. In fact, recently, a BEC and a DFG of Yb atoms have been achieved.

One of the important physical process for ultracold atoms is a collision. The collision between two atoms is fundamental and can be described by a few partial scattering waves for ultracold atoms. At a sufficiently low temperature the kinetic energy of colliding atoms becomes less than the centrifugal barrier, and only the s -wave scattering is possible. Therefore, the s -wave scattering length is an essential parameter for describing ultracold collisions. It also governs the static and dynamic properties of quantum degenerate gases like a Bose-Einstein condensate (BEC) or a degenerate Fermi gas (DFG) of fermionic atoms in different spin states. Since the s -wave scattering length is very sensitive to the ground state interatomic potential, especially at short internuclear distance, the precise *ab initio* calculation of the scattering length is very difficult, and therefore we must resort to experimental determination.

To determine the s -wave scattering length of ^{174}Yb , the expansion from a condensate was measured, which gave the result of $1 \sim 16$ nm. From the cross-dimensional rethermalization technique, the absolute value of the scattering length for ^{173}Yb was estimated as 6(2) nm, assuming that the spin was completely unpolarized. From the expansion of a condensate, the value of the scattering length for ^{170}Yb was estimated as 3.6(0.9) nm. However, s -wave scattering length of the other isotopes has not been determined, and the higher precision of the determined scattering lengths has been needed. The purpose in this research is the precise determinations of scattering lengths for all combinations of the Yb isotopes.

The most powerful approach for determining the scattering length is to measure the

TABLE 1 Measured and calculated binding energies E_b for homonuclear isotopic pairs, where v and J are the vibrational and rotational quantum numbers of the ground state dimer level and v is numbered from the dissociation limit.

isotope	v	J	E_b (MHz) experiment	E_b (MHz) theory	Difference (MHz)
^{170}Yb	1	0	-27.661(23)	-27.755	0.094
		2	-3.651(26)	-3.683	0.032
^{171}Yb	1	0	-64.418(40)	-64.548	0.130
		2	-31.302(50)	-31.392	0.090
^{172}Yb	1	0	-123.269(26)	-123.349	0.080
		2	-81.786(19)	-81.879	0.093
^{173}Yb	1	0	-1.539(74)	-1.613	0.074
^{174}Yb	1	0	-10.612(38)	-10.642	0.030
		2 0	-325.607(18)	-325.607	0.000
		2 2	-268.575(21)	-268.576	0.001
^{176}Yb	1	0	-70.404(11)	-70.405	0.001
		1 2	-37.142(13)	-37.118	-0.024

binding energy (E_b) of the last few bound states in the molecular ground state, since the energy E_b is closely related to the s -wave scattering length. So far, the binding energies were measured via two-color photoassociation (PA) spectroscopy for Li, Na, K, Rb, Cs and He. In this research, we successfully determined the binding energy E_b of twelve bound states near the dissociation limit of four homonuclear dimers comprised of bosonic atoms ($^{170}\text{Yb}_2$, $^{172}\text{Yb}_2$, $^{174}\text{Yb}_2$, and $^{176}\text{Yb}_2$) and two dimers comprised of fermionic atoms ($^{171}\text{Yb}_2$ and $^{173}\text{Yb}_2$), by using two-color PA spectroscopy with the intercombination transition $^1S_0 - ^3P_1$. The results of the experimentally determined binding energies are listed in Table 1.

The binding energies of the bound states as well as scattering lengths of all isotopic combinations are determined by the reduced mass and a single Born-Oppenheimer potential $V(r)$. We assume the following simple potential form to analyze the data:

$$V(r) = -\frac{C_6}{r^6} \left(1 - \frac{\sigma^6}{r^6}\right) - \frac{C_8}{r^8} + B(r)J(J+1), \quad (1)$$

where σ is a constant, C_8 is the van der Waals constant associated with the dipole-quadrupole interaction, and $B(r) = \hbar^2/(2\mu r^2)$ is due to molecular rotation.

TABLE 2 Calculated *s*-wave scattering lengths in nm for Yb isotopic combinations

	^{168}Yb	^{170}Yb	^{171}Yb	^{172}Yb	^{173}Yb	^{174}Yb	^{176}Yb
^{168}Yb	13.33(18)	6.19(8)	4.72(9)	3.44(10)	2.04(13)	0.13(18)	-19.0(1.6)
^{170}Yb		3.38(11)	1.93(13)	-0.11(19)	-4.30(36)	-27.4(2.7)	11.08(12)
^{171}Yb			-0.15(19)	-4.46(36)	-30.6(3.2)	22.7(7)	7.49(8)
^{172}Yb				-31.7(3.4)	22.1(7)	10.61(12)	5.62(8)
^{173}Yb					10.55(11)	7.34(8)	4.22(10)
^{174}Yb						5.55(8)	2.88(12)
^{176}Yb							-1.28(23)

The first term in Eq. (1) gives the Lennard-Jones form for the potential, for which the short range form can be changed by varying σ . The C_8 term is needed to improve the quality of the fit to the data. By solving the Schrödinger equation numerically for the eigenvalues and comparing to the measured binding energies, it is possible to determine an optimum set of potential parameters. We estimate that $C_6 = 1931.7 E_h a_0^6$, $C_8 = 1.93 \times 10^5 E_h a_0^8$, $\sigma = 9.0109362 a_0$, $N_{174} = 72$, where $a_0 \approx 0.529$ nm, $E_h \approx 4.36 \times 10^{-18}$ J. These parameters then determine without additional adjustment the binding energies of the other isotopic combinations shown in Table 1. The agreement shown in Table 1 with a precision less than 100 kHz between the experimentally determined E_b and most of the calculated E_b values is quite impressive for such a simple model potential. Given the ground state potential energy curve with the form of Eq. (1) and the parameters given above, we can calculate the s -wave scattering lengths for all isotopic combinations by numerically solving the Schrödinger equation with the appropriate reduced mass. These are shown in Table 2.

Using the three-parameter model potential, we can also calculate the collisional properties of other partial waves at non-zero collision energies. Figure 1 shows the energy-dependent cross section for the collision of like isotopic species. The cross section can be resonantly enhanced by a shape resonance, caused by the existence of quasibound rovibrational levels supported by the centrifugal barrier. A d -wave shape resonance exists for ^{174}Yb as already pointed out. Our model predicts a broad peak in the collision cross section near $E/h = 4.5$ MHz, or $E/k_B = 220$ μK , which is off-scale in Fig. 1. We found that a low energy p -wave shape resonance also exists for ^{173}Yb , giving rise to a peak in the cross section near $E/k_B = 48$ μK . A Ramsauer-Townsend minimum in the cross section occurs at very low collision energy when the scattering length has a small negative value, as for ^{171}Yb and for ^{176}Yb . Figure 1 shows the calculated cross section minima near 2 μK and 25 μK for these respective species. This effect explains why evaporative cooling is found to be inefficient for these isotopes.

These results provide an important foundation for future research with Yb atoms on such topics as the efficiency of evaporative cooling, the stability of quantum gases and their mixtures, and clock shifts.

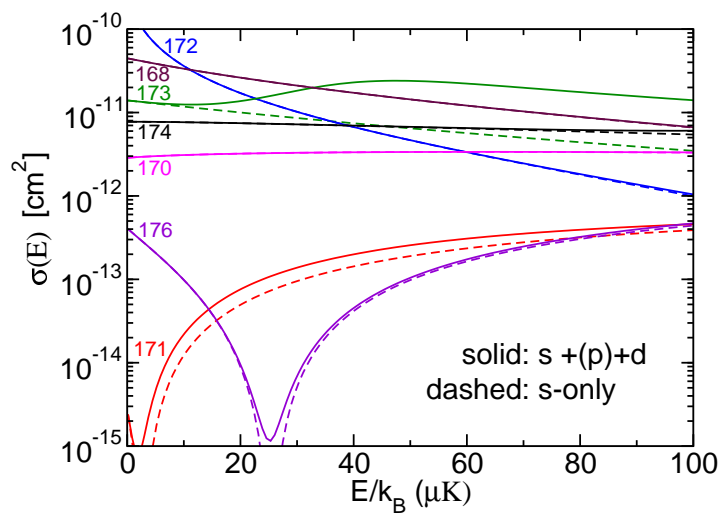


FIG.1 Calculated cross section $\sigma(E)$ versus collision energy E/k_B for two atoms of the same isotope. The label for each curve shows the isotopic mass number. Even mass number corresponds to identical bosons and odd mass number corresponds to two fermions with different spin projections. The dashed lines show the s -wave contribution to the total cross section. The solid lines show the contribution from s - and d - waves for the like boson cases, and the contribution from s -, p -, and d -waves for the fermion case with different spin components. The $E \rightarrow 0$ cross sections are $8\pi a^2$ and $4\pi a^2$ for the respective boson and fermion cases.

目次

abstract	i
第 1 章 研究背景と目的	3
第 2 章 散乱理論	7
2.1 散乱断面積と位相シフト	7
2.2 散乱長	8
2.3 低エネルギーにおける衝突	9
2.4 質量スケールリング則	10
第 3 章 冷却原子の光会合	13
3.1 Franck-Condon 原理	13
3.2 Reflection 近似	14
3.3 エネルギー構造	15
3.4 分子ポテンシャルの振動準位	18
3.5 トラップ原子数変化による光会合スペクトル	19
第 4 章 実験装置と実験手順	23
4.1 Yb 原子	23
4.2 実験の手順	25
4.3 実験系	32
第 5 章 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた光会合	35
5.1 1 光子光会合	35
5.2 実験配置	35
5.3 2 光子光会合	40
第 6 章 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合	47
6.1 1 光子光会合	47
6.2 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合の実験配置	48
6.3 結果と考察	51
6.4 2 光子光会合	61

6.5	実験法	61
6.6	実験結果	61
第 7 章	Yb 同位体の散乱長と質量スケーリング則	69
7.1	Yb 同位体の散乱長の決定	69
7.2	衝突断面積の温度依存性	73
7.3	質量スケーリング則の検証	73
第 8 章	まとめと今後の展望	77
付録 A	2 原子分子に関して	79
A.1	電子項の分類	79
A.2	Hund's case	80
付録 B	結合エネルギーと散乱長	83
付録 C	光会合用レーザー光の周波数補正	85
C.1	光会合用レーザー光の周波数補正	85
付録 D	Photon scattering rate	87

第 1 章

研究背景と目的

1997 年に、レーザー光を用いた中性原子の冷却手法、いわゆるレーザー冷却の実現に寄与した、Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji, William D. Phillips の三氏に対してノーベル物理学賞が授与された。このレーザー冷却の技術の進歩によって、1924 年に S. N. Bose と A. Einstein によって理論的に予想された Bose-Einstein condensate(BEC) が粒子間相互作用の少ない原子系において実現された。この業績に寄与した Eric A. Cornell, Wolfgang Ketterle, Carl E. Wieman の三氏に対しても 2001 年にノーベル物理学賞が授与されている。現在では、 ^1H [1], ^4He [2], ^7Li [3], ^{23}Na [4], ^{41}K [5], ^{52}Cr [6], ^{85}Rb [7], ^{87}Rb [8], ^{131}Cs [9], ^{170}Yb [10], ^{174}Yb [11], ^{176}Yb の原子について BEC が達成されている。また、1999 年には ^{40}K [12] を用いてフェルミ縮退が実現された。さらに 2001 年には ^6Li [13] を用いたフェルミ縮退が、2007 年には ^{173}Yb [14] を用いたフェルミ縮退が実現されている。これら量子縮退した原子気体、もしくはそれに近い極低温にまで冷却された熱的原子気体を用いた研究対象としては、原子波レーザー、BEC 内の音波速度の測定、BEC 内の量子渦生成、コヒーレント原子波制御、量子情報分野への応用、BCS-BEC クロスオーバー、原子時計、固体の量子シミュレーションなどと枚挙にいとまがない。これらの研究に用いる原子として有力なものとして Yb 原子が挙げられる。Yb 原子は、前述のように量子縮退が実現されている原子であり、その実験的手法が確立されている。原子番号 70 で、量子縮退した原子の中では一番重い元素である。また下記の様に、現在広く用いられているアルカリ原子系の原子と違う特徴をもつ。

- 電子配置は最外殻電子が 2 電子であり、基底状態 (1S_0 電子状態) において磁場などの外乱に対して安定である。
- 5 種の Boson、2 種の Fermion が存在し同位体が豊富で、混合気体のバリエーションが多い。
- スピン禁制遷移を持ち、高分解能な測定が可能である。

我々の研究室では、世界に先駆けて Yb 原子のレーザー冷却を行ってきた。先に挙げた量子縮退した原子気体の中にある ^{170}Yb 、 ^{173}Yb 、 ^{174}Yb 、 ^{176}Yb はすべて当研究室において達成されたものである。

冷却原子を用いた研究を行う際に重要となってくるのが、原子間の相互作用である。対象となる原子気体は低密度なので、多くの場合で2体散乱のみを考えればよい。超低温の場合、低エネルギー散乱が支配的となるので、2体散乱の相互作用の強さはs波散乱長 a によって特徴づけられる。このs波散乱長が正ならば斥力、負ならば引力となる。Yb原子のs波散乱長は、我々の研究室によってこれまでに実験的に調べられてきた。いくつかのYb原子同位体の、現在までにわかっているs波散乱長について述べる。Yb原子のs波散乱長で一番最初に求められたのは ^{174}Yb である。BECの動的振る舞いから、1[nm]から16[nm]であると調べられた。その後、温度約 $1\mu\text{K}$ の原子気体に対する $^1S_0 + ^1P_1$ 遷移を用いた光会合から、より高精度に 5.53 ± 0.11 [nm]と求められた。また、 ^{170}Yb についても精度は低いがBECの動的振る舞いから、 2.9 ± 1 [nm]と求められている。 ^{176}Yb はBECの安定性から、s波散乱長が負ではないかと予想されている。しかし、依然として多くの同位体についてs波散乱長がわかっておらず、わかっている同位体でもその精度は不十分である。そこで、すべてのYb原子同位体のs波散乱長を高精度に決定し、極低温での原子間相互作用を明らかにする必要がある。

s波散乱長を求める手法の一つとして光会合が広く用いられている。光会合 (Photoassociation) とは、原子同士が衝突を起こす際、光を照射しておくことにより原子から分子を生成する手法のことである。光会合の歴史は古く、1928年の K_2 を用いた実験がその最初である [15]。その後発展的に研究が重ねられた。しかし、初期の研究は800Kという高温の原子気体を用いたものであり、スペクトルの熱的広がりが振動準位間隔に比べて大きかった。さらに、大きな角運動量をもった部分波の影響も大きく、多くの部分波由来の回転準位が混ざり、スペクトルから多くの情報を得ることが出来なかった。その状況は中性原子のレーザー冷却という手法が開発されると一変する。原子集団を高密度 ($\sim 10^{14}/\text{cm}^3$) かつ数 μK 以下の温度にトラップすることが可能となり、スペクトルの熱的広がりは多くの振動準位を分光するのに充分なほど抑えられた。例えば、10 MHz 間隔の振動準位を分光するためには、プランク定数を 2π で割ったものを \hbar 、ボルツマン定数を k_B として温度 T は、 $T \leq \hbar \times 10 \times 10^6 / k_B$ から約 $70\mu\text{K}$ となることから、原子集団の温度をこの温度以下にする必要がある。これはレーザー冷却を用いれば容易に到達可能な温度である。また、部分波の衝突に関しても、せいぜい回転量子数 J が2以下のものを考えれば済むようになった。これにより、分子の長距離部分での解離極限に近い振動回転準位の分光が可能となった。

光会合によってs波散乱長を決定する方法として、2つの方法が考えられる。まず一つは、光会合を通じて基底状態の原子衝突の際の波動関数の振幅を測定し、そこからs波散乱長を決定する方法である。実際にいくつかの原子のs波散乱長は基底状態の波動関数から求められており、Yb原子においても上記の ^{174}Yb のs波散乱長決定に用いた。もう一つは、結合エネルギー、つまり基底状態の最浅振動準位を測定し、それからモデルポテンシャルを用いたシュレディンガー方程式を解くことによりs波散乱長を決定する方法である。その最浅振動準位の分光には、2光子光会合と呼ばれる方法が用いられる。これまでも、Li[16], Na[17], K[18], Rb[7, 19, 20], Cs[21, 22], He[23]において2光子光会合を

用いて最浅振動準位が測定され、s波散乱長が決定されてきた。2光子光会合の信号の線幅は狭く、高精度に散乱長を決定する事ができる。

本研究の目的は、この2光子光会合を用いる事により、すべてのYb原子同位体及び異種同位体間のs波散乱長を高精度に決定し、それを基に極低温でのYb原子間衝突の全貌を明らかにすることである。

第2章

散乱理論

本研究で取り扱う原子集団は、極低温原子集団である。この様な系では、低エネルギーでの散乱が粒子間相互作用を特徴付ける。ここでは低エネルギー散乱に関する理論を述べる。

2.1 散乱断面積と位相シフト

低エネルギー領域での散乱を扱うには、角運動量状態をまとめて考察するのではなく、分解して考察するのが便利である。つまり、部分波展開を考える。中心場での散乱を記述するシュレディンガー方程式の解 ψ は、粒子の進行方向に単なる軸対称性がある場合、

$$\psi = \sum_{l=0}^{\infty} A_l P_l(\cos\theta) R_{kl}(r) \quad (2.1)$$

で表される。ここで A_l は定数、 l 、 P_l 、 θ 、 r 、 k 、 m はそれぞれ軌道角運動量量子数、ルジャンドルの多項式、入射方向と散乱方向のなす角、粒子間距離、波数、粒子の質量であり、 $R_{kl}(r)$ は以下の式を満たす動径関数である。

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_l}{dr} \right) + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} U(r) \right] R_l = 0 \quad (2.2)$$

また、 $R_{kl}(r)$ の遠方での漸近形は、

$$R_{kl}(r) \approx \frac{const.}{r} \sin \left(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l \right) \quad (2.3)$$

の定常波となる。 δ_l は位相シフトである。散乱振幅を $f(\theta)$ とすると、 ψ は遠距離で漸近形

$$\psi = e^{ikz} + \frac{f(\theta)}{r} e^{ikr} \quad (2.4)$$

をもつ。つまり、式 (2.1) は遠方で式 (2.4) と同じ形をもつ。このことから散乱振幅 $f(\theta)$ を部分波展開の形であらわすと、

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(e^{i2\delta_l} - 1)P_l(\cos\theta) \quad (2.5)$$

となり、この位相シフト δ_l を用いて散乱振幅 $f(\theta)$ をあらわすことができる。また、部分散乱振幅を f_l として式 (2.5) は

$$f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)f_l P_l(\cos\theta) \quad (2.6)$$

とあらわせる。この散乱振幅 $f(\theta)$ を用いて、全有効散乱断面積 σ を求めると、

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\pi} |f(\theta)|^2 \sin\theta d\theta \quad (2.7)$$

$$= \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (2.8)$$

となり、全有効散乱断面積 σ を位相シフト δ_l を用いてあらわすことができる。さらに、和の各項を有効部分断面積 σ_l として

$$\sigma = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l \quad (2.9)$$

と表すこともできる。

2.2 散乱長

2.1 においては、低エネルギーに限らない有効断面積についての考察を行った。次に低エネルギーの粒子散乱について考察をしていく。ポテンシャル $U(r)$ が無視できる十分遠方での散乱波動関数の位相が、 k が小さい極限でどう表されるかを見る。低エネルギー、つまり速度の遅い粒子の衝突において、粒子のド・ブロイ波長はポテンシャル場 $U(r)$ の作用半径 α に比べて大きく、粒子のエネルギーは作用半径 α 内部のポテンシャル場と比較して小さいと仮定する。 $r \gg \frac{1}{k}$ の遠方では、式 (2.2) において、ポテンシャル $U(r)$ を無視することができる、

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_l}{dr} \right) + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R_l = 0 \quad (2.10)$$

を考えればよい。式 (2.10) の解は以下の漸近形をもつ。

$$R_l \sim \text{const.} \frac{1}{r} \sin \left(kr - \frac{\pi l}{2} + \delta_l \right) \quad (2.11)$$

ここで、位相 δ_l は次の等式によって決定される。

$$\delta_l = \frac{c_{2l}}{c_{1l}(2l-1)!!(2l+1)!!} k^{2l+1} \quad (2.12)$$

c_{1l} と c_{2l} は、具体的な関数 $U(r)$ に対して式 (2.2) を解くことにより決定される定数である。式 (2.5) と式 (2.6) から $f_l \cong \frac{\delta_l}{k}$ であり、さらに式 (2.12) から

$$f_l = \frac{c_{2l}}{c_{1l}(2l-1)!!(2l+1)!!} k^{2l} \quad (2.13)$$

となる。式 (2.13) は低エネルギー衝突において f_0 、つまり $l=0$ の部分散乱振幅が他の部分散乱振幅より大きいことを表している。つまり、低エネルギー衝突においては $l=0$ の成分、いわゆる s 波が支配的である。この s 波衝突による位相変化 δ_0 は、低エネルギー衝突の極限、 $k \rightarrow 0$ において

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\delta_0}{k} = \frac{c_{20}}{c_{10}} \quad (2.14)$$

となる。この右辺の定数を $-a$ と置き、この a を s 波散乱長と定義する。低エネルギー衝突の極限では、

$$f(\theta) \cong f_0 = -a \quad (2.15)$$

であるから、全断面積 σ は

$$\sigma = 4\pi a^2 \quad (2.16)$$

とあらわされる。ただし、同一粒子のボゾンに対しては

$$\sigma = 8\pi a^2 \quad (2.17)$$

となる。

2.3 低エネルギーにおける衝突

到達距離 R の引力ポテンシャルにおいて、 $kR \ll 1$ の低エネルギー衝突を考える。この時 s 波散乱のみが重要であるとすると、散乱断面積 σ は式 (2.8) より

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_l \quad (2.18)$$

となる。ここで、任意の k に対して、 $\delta_l = \frac{\pi}{2}$ のとき σ は最大となり、 $\delta_l = \pi$ のとき σ は最小でゼロとなる。 σ が最大の場合をユニタリティー極限という。また、 σ がゼロで、 $l=0$ の部分波が支配的であり入射波がほぼ透過する現象を Ramsauer 効果と呼ぶ。

2.4 質量スケージング則

G. F. Gribakin と V. V. Flambaum は、ゼロエネルギー極限において、ポテンシャルが r のべき乗に反比例する遠方での解と WKB 近似が成立する領域での解析解とを接続することにより、散乱長 a を表す単純な式を導いた [37]。遠距離における分子ポテンシャルを

$$U(r) \simeq -\frac{C_n}{r^n} \quad (2.19)$$

とすると、散乱長 a は、

$$a = \bar{a} \left[1 - \tan\left(\frac{\pi}{n-2}\right) \tan\left(\Phi - \frac{\pi}{2(n-2)}\right) \right] \quad (2.20)$$

となる。ここで、 Γ をガンマ関数、 μ を換算質量として、平均散乱長 \bar{a} は、

$$\bar{a} = 2^{-3/2} \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(5/4)} (2\mu C_n / \hbar^2)^{1/4} \quad (2.21)$$

である。 Φ は半古典的位相で、

$$\Phi = \frac{\sqrt{2\mu}}{\hbar} \int_{r_0}^{\infty} \sqrt{-V(r)} dr, \quad (2.22)$$

で定義される。ここで、 r_0 はゼロエネルギーにおける分子ポテンシャルの inner classical turning point である。また、この時、ポテンシャル中の束縛状態の数 N は

$$N = \left[\frac{\Phi}{\pi} - \frac{n-1}{2(n-1)} \right] + 1, \quad (2.23)$$

となる。ここで、 $[\dots]$ は整数部をあらわす。

例えば、 $n = 4$ の場合は荷電粒子と中性粒子の衝突を表し、式 (2.19) において $C_4 = -\frac{1}{2}\alpha_d e^2$ となる。ここで、 α_d は原子分極率である。

今我々が興味のある中性原子の衝突においては、 s 波散乱長は 2 原子間の Born-Oppenheimer ポテンシャル $V(r)$ によって決められる。遠距離において $V(r)$ は、van der Waals 力由来の項によって特徴付けられ、 $V(r) \approx -C_6/r^6$ と近似され、式 (2.19) における $n = 6$ の場合となる。ここで C_6 は、双極子-双極子相互作用由来の van der Waals 係数である。式 (2.21) において $n = 6$ とする事により、 s 波散乱長 a として

$$a = \bar{a} \left[1 - \tan\left(\Phi - \frac{\pi}{8}\right) \right] \quad (2.24)$$

を得る。また、この時、ポテンシャル中の束縛状態の数 N は式 (2.23) より、

$$N = \left[\frac{\Phi}{\pi} - \frac{5}{8} \right] + 1, \quad (2.25)$$

となる。

式 (2.24) からわかるように、散乱長は位相 Φ の変化に対して敏感である。 Φ の値が π 変化する間に、散乱長は $-\infty$ から $+\infty$ の間の値をとる事ができる。また、ポテンシャルから Φ の値を計算する事が出来れば散乱長の値を決めることが出来る。しかし、 Φ の値を計算するには分子ポテンシャルの inner classical turning point r_0 からのポテンシャル形状を知る必要があるが、 r_0 からのポテンシャル全体を知る事は困難であるので、 Φ の値を計算することは難しい。

しかしながら、式 (2.22) からわかるように Φ は $\sqrt{\mu}$ に比例する。今、 $\Phi_0 = \frac{\sqrt{2}}{\hbar} \int_{r_0}^{\infty} \sqrt{-V(r)} dr$ とすると、式 (2.24) は

$$a = \bar{a} \left[1 - \tan \left(\sqrt{\mu} \Phi_0 - \frac{\pi}{8} \right) \right] \quad (2.26)$$

となる。つまり、ポテンシャル形状が変わらないのであれば、散乱長を質量によってスケーリング出来る。このことは同位体が存在する原子に対して、各同位体の散乱長を質量によってスケーリング出来る事を示している。また、一つの同位体に関して散乱長 a と束縛状態の数 N を知ることが出来れば、他の同位体や異種同位体同士の散乱長を知ることが出来る事を示している。

第 3 章

冷却原子の光会合

3.1 Franck-Condon 原理

分子における電子遷移の基礎となる考え方について概説する。

3.1.1 Born-Oppenheimer 近似

ある基底状態のエネルギー準位から、電子励起状態のエネルギー準位に電子が遷移する場合を考える。分子における運動として、電子の運動、分子の振動、分子回転の運動を取り扱う必要がある。それぞれのエネルギースケールとして、電子の運動を 1 とした場合に、分子の振動は 2 ケタ程度、分子回転の運動は 5 ケタ程度小さなものとなる。量子力学において、プランク定数を h とした時に時間スケールは $h/(\text{エネルギー})$ であるので、電子運動の時間スケールは他と比較して 100 倍以上速いと考えられる。つまり、原子核の運動に対して電子は即座に追従する。ここで、原子核の相対位置を表す座標を r_a 、原子核の波動関数を $\chi_n(r_a)$ とし、電子の位置を表す座標を r_e 、原子核の座標 r_a を固定した時の電子の波動関数を $\psi_a(r_e)$ としたとき、全波動関数 Ψ は、

$$\Psi = \sum_n \psi_n(r_e) \chi_n(r_a) \quad (3.1)$$

となる。つまり、電子と原子核の波動関数を分けて扱うことが出来る。これを、Born-Oppenheimer 近似と呼ぶ。

3.1.2 Franck-Condon 原理

光の吸収などにより、2 原子分子において電子遷移が起こる場合を考える。電子遷移における始状態の波動関数を $|\psi_g\rangle$ 、終状態の波動関数を $|\psi_e\rangle$ とする。3.1.1 の Born-Oppenheimer 近似の下で、電子遷移の際に原子核は止まっていると考えてよい。つまり、電子遷移における始状態の原子核の相対位置が決定されていた場合、終状態においても原子核の相対位置は変化しない。これを、Franck-Condon 原理と呼ぶ。これを図 3.1 のように縦軸をエネルギー、横軸を核間距離として図示した場合、垂直に状態が遷移するよう

に見ることが出来る事から、垂直遷移と呼ばれている。その遷移確率 Γ は、 $|\psi_g\rangle$ と $|\psi_e\rangle$

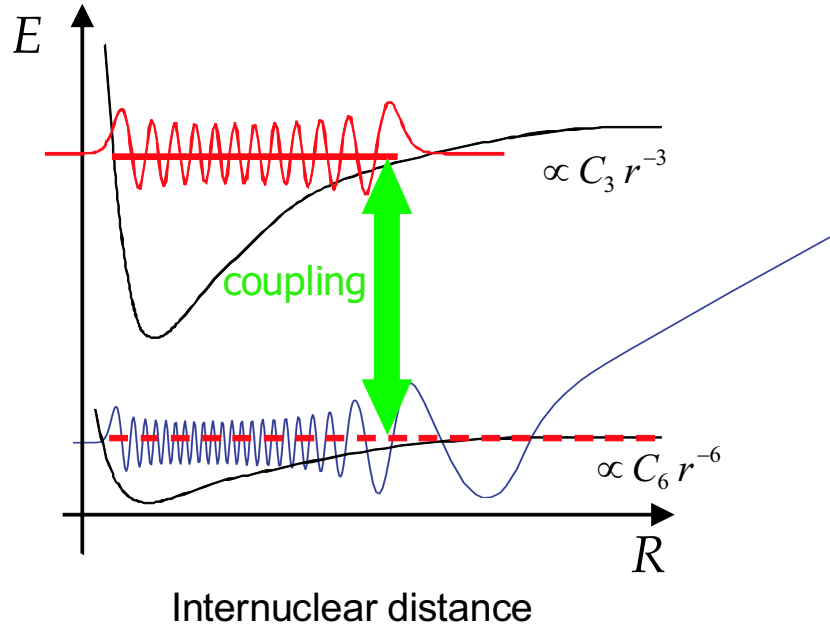


図 3.1 Franck-Condon 原理の概念図。 r は 2 原子の相対距離を表す。

の内積の 2 乗に比例し、

$$\Gamma \propto |\langle \psi_e | \psi_g \rangle|^2 \quad (3.2)$$

となる。この式 (3.2) の右辺を Franck-Condon Factor と呼ぶ。

3.2 Reflection 近似

Julinne 達は Reflection 近似を用いて、Franck-Condon Factor から冷却原子の基底状態における散乱波動関数 $|\phi_g\rangle$ を知る式を導いた [24, 25]。Reflection 近似の名称の由来は、 $|\phi_g\rangle$ の情報を Franck-Condon Factor に映し込むことによる。

電子基底状態の 2 原子が衝突する際に周波数 ν の光の場を印可した場合を考える。この光によって結合される電子励起状態の分子ポテンシャルを $V_e(r)$ 、電子基底状態のポテンシャルを $V_g(r)$ とする。ここで、 r は 2 原子の相対距離を表す。この時、基底状態から励起状態への遷移は、次の式を満たす点 r_c にて起こる。

$$h\nu = V_e(r_c) - V_g(r_c). \quad (3.3)$$

この r_c を Condon point と呼ぶ。

Condon point において Reflection 近似を適用する事により、free-bound の Franck-Condon Factor F_{ge} は、

$$F_{ge} = \frac{\partial E_v}{\partial \nu} \frac{1}{d_c} |\psi_g(r_c)|^2 \quad (3.4)$$

と表すことが出来る。ここで、 v は電子励起状態でのポテンシャル中の振動準位、 E_v は振動準位 v でのエネルギーをそれぞれ表し、 $|\psi_g(r)\rangle$ は2原子が衝突する際の規格化された波動関数を表す。また、 d_c は Condon point での $V_e(r)$ と $V_g(r)$ の差の傾きを表し、次式で定義される。

$$d_c = \left. \frac{d}{dr} [V_e(r) - V_g(r)] \right|_{r=r_c} \quad (3.5)$$

式 (3.2) は、reflection 近似によって式 (3.4) と表せるのであるが、この事は次のように解釈できる。基底状態での衝突波動関数は緩やかに振動するのに対して、電子励起状態での束縛状態の波動関数は、 r_c 近傍で急速に振動する。急速な振動のために電子励起状態の波動関数の寄与は平均化されてしまい、衝突波動関数の寄与のみが残る。

3.3 エネルギー構造

3.3.1 共鳴双極子相互作用

本研究で用いた Yb 原子を対象に含む、アルカリ土類2原子分子のエネルギー構造を考える。無限遠で2原子状態 $^1S_0 + ^1P_1$ に漸近する場合と、 $^1S_0 + ^3P_1$ に漸近する場合の電子励起状態の分子ポテンシャルを求めたい。空間ベクトルと電荷を考え、簡単のために原子に 1, 2 と名前をつけ、原子 1 の電子を電子 3,4、原子 2 の電子を電子 5,6 と名前をつける。2電子系を考えているので、電子の電荷を e として原子核の電荷は $2e$ である。相互作用として Coulomb 相互作用のみを考えると、原子核の質量と電子の質量をそれぞれ M, m として、

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{P}_i}{2M} + \sum_i \frac{\mathbf{p}_i}{2m} + \frac{(2e)^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} - \sum_{ij} \frac{(2e \times e)}{|\mathbf{r}_{ei} - \mathbf{r}_j|} + \sum_{ij} \frac{(e \times e)}{|\mathbf{r}_{ei} - \mathbf{r}_{ej}|} \quad (3.6)$$

となる。第1項、第2項、第3項、第4項、第5項はそれぞれ核の運動エネルギー、電子の運動エネルギー、核間斥力相互作用、核電子間引力相互作用、電子間斥力相互作用を表している。今、電子の運動エネルギーに対して核の運動エネルギーは十分小さいと考えられるので、第1項を無視する。各原子内部の相互作用と原子間の相互作用をそれぞれ H_1, H_2, H_{int} とすると、

$$H = H_1 + H_2 + H_{int} \quad (3.7)$$

と書くことができる。ここで、

$$H_1 = \frac{\mathbf{p}_1}{2m} + \sum_{i=3}^4 \frac{(2e \times e)}{|\mathbf{r}_{ei} - \mathbf{r}_1|} + \frac{(e \times e)}{|\mathbf{r}_{e3} - \mathbf{r}_{e4}|} + \frac{(e \times e)}{|\mathbf{r}_{e4} - \mathbf{r}_{e3}|} \quad (3.8)$$

$$H_2 = \frac{\mathbf{p}_2}{2m} + \sum_{i=5}^6 \frac{(2e \times e)}{|\mathbf{r}_{ei} - \mathbf{r}_2|} + \frac{(e \times e)}{|\mathbf{r}_{e5} - \mathbf{r}_{e6}|} + \frac{(e \times e)}{|\mathbf{r}_{e6} - \mathbf{r}_{e5}|} \quad (3.9)$$

$$H_{int} = \frac{(2e)^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} - \sum_{i=3}^4 \frac{(2e \times e)}{|\mathbf{r}_{ei} - \mathbf{r}_2|} + \sum_{i=5}^6 \frac{(2e \times e)}{|\mathbf{r}_{ei} - \mathbf{r}_1|} + \sum_{i=3,4j=5,6} \frac{(e \times e)}{|\mathbf{r}_{ei} - \mathbf{r}_{ej}|} \quad (3.10)$$

である。今、摂動として小さな相互作用を考えているので、核間距離 r は核と電子間距離 $|\mathbf{r}_{ei} - \mathbf{r}_j|$ と比べて十分大きい。このとき、 H_{int} は dipole-dipole interaction の形で書け、以下のようなになる。

$$H_{int} = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 - 3d_{1z}d_{2z}}{r^3}. \quad (3.11)$$

ここで、 \vec{d}_i は原子の dipole モーメントである。である。式 (3.11) は、次の昇降演算子 d_{\pm}

$$d_{\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(d_x \mp id_y), \quad (3.12)$$

を用いて書き直すと、

$$H_{int} = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 - 3d_{1z}d_{2z}}{r^3}. \quad (3.13)$$

$$= \frac{d_{1x}d_{2x} + d_{1y}d_{2y} + 2d_{1z}d_{2z}}{r^3}. \quad (3.14)$$

$$= -\frac{d_{1+}d_{2-} + d_{1-}d_{2+} + 2d_{1z}d_{2z}}{r^3} \quad (3.15)$$

と表せる。

相互作用ポテンシャルの計算を、自由運動している2つの原子に、原子の持つ電気双極子モーメントによる摂動 H_{int} が加わったと考えて進める。つまり、 $H_1 + H_2$ を摂動の0次、 H_{int} を摂動項にとりとして、ポテンシャルを計算していく。摂動の0次 $H_1 + H_2$ の固有状態は、

$$|a1, a2\rangle = |S, P\nu\rangle, \quad (3.16)$$

または、

$$|a1, a2\rangle = |P\nu, S\rangle, \quad (3.17)$$

と表される。ここで、 $\nu = -1, 0, 1$ である。本研究で用いる遷移は $^1S_0 + ^1P_1$ と $^1S_0 + ^3P_1$ であり、 $^1P_1, ^3P_1$ のいずれの状態もが全角運動量の z 成分において、 $-1, 0, 1$ の3状態が縮退しているので、それぞれの状態を ν を用いて表した。 ν は3つの状態を取り得るので、

表 3.1 固有値と固有ベクトルの組み合わせ

固有値	固有ベクトル
$-\frac{2d^2}{r^3}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (S, P_0\rangle + P_0, S\rangle)$
$\frac{d^2}{r^3}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (S, P_{\pm}\rangle + P_{\pm}, S\rangle)$
$-\frac{d^2}{r^3}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (S, P_{\pm}\rangle - P_{\pm}, S\rangle)$
$\frac{2d^2}{r^3}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (S, P_0\rangle - P_0, S\rangle)$

固有状態として6つの状態が考えられる。それらをそれぞれ、

$$|1\rangle = |S, P_1\rangle, \quad (3.18)$$

$$|2\rangle = |S, P_0\rangle, \quad (3.19)$$

$$|3\rangle = |S, P-1\rangle, \quad (3.20)$$

$$|4\rangle = |P_1, S\rangle, \quad (3.21)$$

$$|5\rangle = |P_0, S\rangle, \quad (3.22)$$

$$|6\rangle = |P-1, S\rangle, \quad (3.23)$$

と置く。ここで双極子演算子との関係、

$$d_z|S\rangle = d|P_0\rangle, \quad (3.24)$$

$$d_z|P_0\rangle = d|S\rangle, \quad (3.25)$$

$$d_{\pm}|S\rangle = d|P_{\pm 1}\rangle, \quad (3.26)$$

$$d_{\pm}|P_{\mp 1}\rangle = d|S\rangle, \quad (3.27)$$

と他の状態は固有値が0である関係を用いて

$$V_{ij} = \langle i|V|j\rangle, \quad (3.28)$$

を計算する。その結果、以下の固有ベクトルと固有値の組み合わせを得る。負符号をとるポテンシャルにおいて束縛状態をつくるので、表 3.3.1 の固有値の符号に着目すると、束縛状態を作り得るのは、 $\frac{1}{\sqrt{2}} (|S, P_0\rangle + |P_0, S\rangle)$ と $\frac{1}{\sqrt{2}} (|S, P_{\pm}\rangle - |P_{\pm}, S\rangle)$ であると分かる。上記のポテンシャル導出過程は、無限遠で2原子状態 $^1S_0 + ^1P_1$ に漸近する場合と、 $^1S_0 + ^3P_1$ に漸近する場合の電子励起状態の分子ポテンシャルのいずれにも適応できる。各遷移に対する、束縛状態のポテンシャルとなる分子状態を分子の項記号を用いて表すと、表 3.3.1 を得る。

3.3.2 van der Waals 相互作用

式 (3.11) の2次摂動によって、電子基底状態における van der Waals 相互作用が導かれる。電子基底状態では原子はS状態にあるので、2次の摂動エネルギー $E^{(2)}$ は、

$$E^{(2)} = \sum_{|k\rangle \neq |^1S_0, ^1S_0\rangle} \frac{|\langle k|H_{int}|^1S_0, ^1S_0\rangle|^2}{E_0 - E_k} \quad (3.29)$$

表 3.2 各遷移に対する固有値と分子状態

固有値	遷移 ($^1S_0 + ^1P_1$)	遷移 ($^1S_0 + ^3P_1$)
$-\frac{2d^2}{r^3}$	$ ^1\Sigma_u^+\rangle$	0_u^+
$-\frac{d^2}{r^3}$	$ ^1\Pi_g\rangle$	1_g

となる。 $|k\rangle$ は基底状態 $|^1S_0, ^1S_0\rangle$ 以外の状態をとる。ここで、 H_{int} は r^{-3} に比例するので、 $E^{(2)}$ は r^{-6} に比例する。さらに、 E_0 が基底状態のエネルギーであるので、 $E^{(2)}$ は負の値となる。符号を含めて $E^{(2)}$ を距離 r の関数として表すと、

$$E^2 = -\frac{C_6}{r^6} \quad (3.30)$$

と表せる。ここで、 C_6 は van der Waals 定数である。

3.4 分子ポテンシャルの振動準位

2 原子分子の遠距離ポテンシャルから振動準位を求める式が、LeRoy と Bernstein によって解析的に導かれている [26]。2 原子分子の断熱ポテンシャル $V(R)$ が、解離極限でのエネルギーを D 、2 原子分子の原子間距離を R 、比例定数を C_n とした時に、

$$V(R) = D - \frac{C_n}{r^n} \quad (3.31)$$

と表される場合を考える。WKB の量子化条件から、

$$\oint p dr = 2 \int_{r_1(v)}^{r_2(v)} \sqrt{2\mu(E(v) - V(r))} dr = (v + \frac{1}{2}) \quad (3.32)$$

ここで、 μ は原子の換算質量、 v は振動量子数、 $r_1(v)$ および $r_2(v)$ はそれぞれ古典的転回点である。今、 v を連続変数と見なして v を $E(v)$ で微分すると、

$$\frac{dv}{dE(v)} = \frac{1}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{\mu}{2}} \int_{r_1(v)}^{r_2(v)} \sqrt{(E(v) - V(r))^{-\frac{1}{2}}} dr \quad (3.33)$$

を得る。ところで、古典的転回点において、 $E(v) = V(r_2)$ であることから、

$$E(r) = D - \frac{C_n}{r_2(v)^n} \quad (3.34)$$

である。この式 (3.39) を式 (3.33) に代入し、 $y = r_2(v)/r$ を用いて変数変換を行うと、

$$\frac{dv}{dE(v)} = \frac{1}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{\mu}{2}} \frac{C_n^{\frac{1}{n}}}{(D - E(v))^{\frac{1}{2} - \frac{1}{n}}} \int_1^{r_2/r_1} y^{-2} (y^n - 1)^{-\frac{1}{2}} dy \quad (3.35)$$

を得る。今、 $r_2(v)/r_1(v) \rightarrow \infty$ とすると、式 (3.35) の積分結果として、

$$\frac{dv}{dE(v)} = \hbar \sqrt{\frac{2\pi}{\mu}} \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{n})}{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{1}{n})} \frac{n}{C_n^{\frac{1}{n}}} (D - E(v))^{\frac{n+2}{2n}} \quad (3.36)$$

を得る。式 (3.36) を $E(v)$ について解くと、振動準位を表す下記の式を得る。

$$E(v) = D - \frac{X_n}{(\mu^n C_n^2)^{\frac{1}{n-2}}} (v_D - v)^{\frac{2n}{n-2}}, \quad (3.37)$$

$$X_n = \left(\hbar \sqrt{2\pi} \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{n})}{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{1}{n})} \frac{n(n-2)}{2n} \right)^{\frac{2n}{n-2}}. \quad (3.38)$$

ここで v_D は、解離極限における仮想的な振動準位を表すものであり、一般的には自然数ではない。

以上は回転を考慮しない場合だが、回転を考慮した場合は式 (3.31) に以下のように回転の項を追加すればよい、

$$E(r) = D - \frac{C_n}{r^n} + \frac{J(J+1)\hbar^2}{2\mu r^2}. \quad (3.39)$$

この場合、回転の高次の効果を考慮して振動回転準位を表す式は以下となる、

$$E(v) = D - \sum_{k=0}^4 \frac{X_n^k}{(\mu^n C_n^2)^{\frac{1}{n-2}}} (J(J+1))^k (v_D - v)^{\frac{2n}{n-2} - 2k}. \quad (3.40)$$

ここで、係数 X_n^k は文献 [26] で計算されている。

本研究において重要な場合として、 $n=6$ と $n=3$ の場合の式を回転の高次の項を除いて表せば、次のようになる。

$n=6$ の場合、

$$E(v) = D - \frac{X_6^0}{\mu^{\frac{3}{2}} C_6^{\frac{1}{2}}} (v_D - v)^3 + \frac{X_6^1}{\mu^{\frac{3}{2}} C_6^{\frac{1}{2}}} (J(J+1)) (v_D - v). \quad (3.41)$$

$n=3$ の場合、

$$E(v) = D - \frac{X_3^0}{\mu^3 C_3^2} (v_D - v)^6 + \frac{X_3^1}{\mu^3 C_3^2} (J(J+1)) (v_D - v)^4. \quad (3.42)$$

3.5 トラップ原子数変化による光会合スペクトル

3.5.1 1光子光会合

光会合信号は、トラップ原子数の変化によって知ることが出来る。ここでは、2つの原子から1つの2原子分子が生成される場合を考える。光会合が起こる事により2原子分子が1つ生成されるので、原子は2個減少することになる。また、レーザー光による photon scattering(付録 D) に関する項を考慮すると、原子数は次のレート方程式に従い変化する。

$$\dot{n} = -2Kn^2 - \Gamma n, \quad (3.43)$$

ここで、 Γ は background collision や off-resonant scattering による one-body loss rate であり、 K は周波数に依存する光会合の発生レートの定数である。原子集団の温度が s

波散乱のみが主となるような十分低い温度であるとした場合、参考文献 [27] によると K は以下の式で表される。

$$K = \frac{1}{hQ_T} \int |S|^2 e^{-\frac{E_g}{k_B T}} dE_g \quad (3.44)$$

ここで、 μ を換算質量として、 $Q_T = \left(\frac{2\pi k_B T \mu}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$ は分配関数である。また、1光子光会合の場合、散乱確率 $|S|^2$ は以下の擬ローレンツ形式で表される [27]

$$|S|^2 = \frac{\gamma_1 \gamma_s}{(E_p - \Delta_1)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (3.45)$$

Δ_1 と E_p は図 3.2 に示すように、それぞれ光会合用レーザーの離調と衝突する原子対

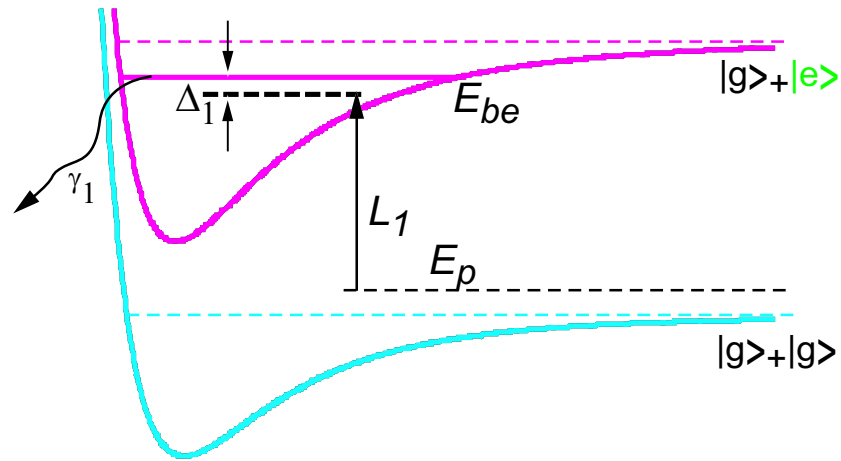


図 3.2 1光子光会合の模式図。 Δ_1 、 E_p 、 E_{be} は、それぞれ光会合用レーザーの離調、衝突する原子対の運動エネルギー、励起分子の束縛エネルギーを表す。 γ_1 は誘導放射に関する幅である。

の運動エネルギーと励起分子の束縛エネルギーをそれぞれ表す。また、 γ_1 と γ_s はそれぞれ、誘導放射に関する幅と、decay 幅であり、全幅 γ は $\gamma = \gamma_1 + \gamma_s$ である。

光会合用レーザー光の周波数変化に対する原子集団の原子数変化を考察するために式 (3.43) を解く。光会合による原子数密度の変化が無視できる程度に小さい場合、式 (3.43) の解は

$$n(t) = \frac{n_0 e^{-\Gamma t}}{1 + \frac{n_0 K}{\Gamma} (1 - e^{-\Gamma t})} \quad (3.46)$$

となる。本研究で用いる原子集団の温度は約 $1 \mu\text{K}$ と低温であるので、スペクトルの thermal broadening を無視できるとし、光会合用レーザー光の照射時間を一定とすると、式 (3.46) の関数型は $|S|^2$ によって決定される。式 (3.45) の Δ_1 は、光会合用レーザー光の周波数を ν とすると $\Delta_1 = h\nu$ であるので、 $|S|^2$ は ν の関数としてローレンツ形式である。この時、原子数 n は図 3.3 のようになる。図 3.3 は、適当なパラメータの値を選び式 (3.46) を周波数 ν の関数として表したものである。このように、原子数の増減として光会合信号を得ることが出来る。

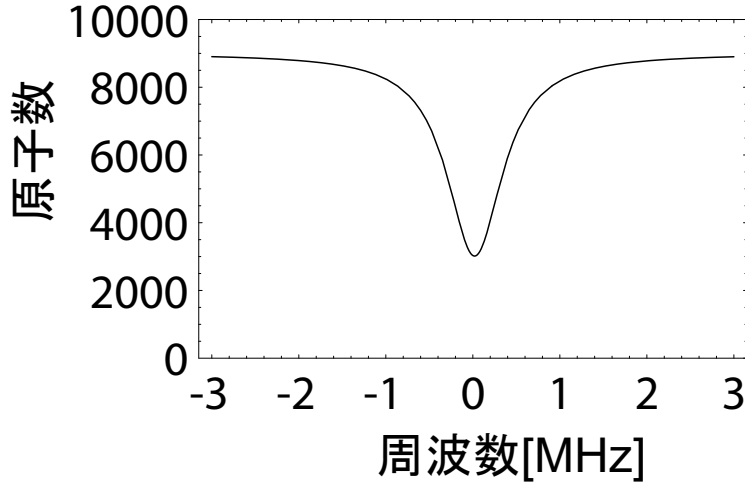


図 3.3 原子数減少による光会合信号。縦軸はトラップに残る原子数、横軸は光会合信号における周波数中心からの離調を表す。式 (3.46) を用いた。

3.5.2 2光子光会合

次に2光子光会合の場合であるが、Bohn と Julienne の理論 [28] によると、2光子光会合の場合、散乱確率 $|S|^2$ は以下の擬ローレンツ形式で表される。

$$|S|^2 = \frac{(E_p - \Delta_2)^2 \gamma_1 \gamma_s}{[(E_p - \Delta_+)(E_p - \Delta_-)]^2 + (\gamma/2)^2 (E_p - \Delta_2)^2} \quad (3.47)$$

γ_1 、 γ_s と γ は式 (3.45) と同じである。また、分子のラビ結合に関する項を Ω_{12} として、 Δ_+ と Δ_- は、

$$\Delta_{\pm} = \frac{1}{2}(\Delta_1 + \Delta_2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\Delta_1 - \Delta_2)^2 + 4h^2\Omega_{12}^2} \quad (3.48)$$

と表される。1光子光会合の場合は2光子光会合において bound-bound カップリングがない場合であると考え、式 (3.47) において $\Delta_2 = 0$ 、 $\Omega_{12} = 0$ とすると、式 (3.45) と一致する。

2光子光会合の信号を得る手法として、アウトラータウンズ分光と誘導ラマン分光の2つの手法がある。まずアウトラータウンズ分光だが、図 3.4 において、 E_{bg} と E_{be} をカップリングするように L_2 の周波数を合わせた場合に、 E_{be} の準位が分裂シフトする [29]。このため、 L_1 による1光子光会合が抑制される。この抑制を原子数の変化として測定するのがアウトラータウンズ分光である。冷却原子の光会合においても測定されている [30]。次に誘導ラマン分光だが、図 3.4 において L_1 と L_2 がそれぞれ free-bound、bound-bound の共鳴となる周波数から Δ だけ離調した周波数に合わせる。すると、励起状態を介して原子から分子への遷移が起こる [31]。この誘導ラマン遷移が起こると原子数が減少し、1光子光会合の場合と同様に図 3.3 と同様のグラフが得られる。この誘導ラ

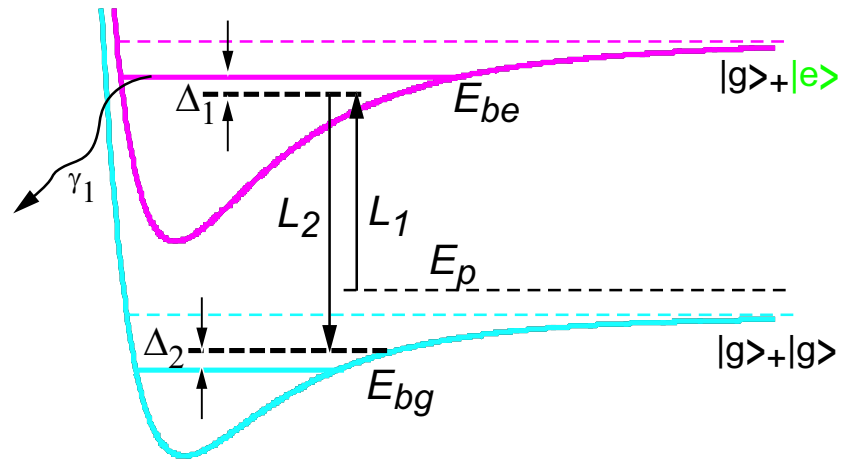


図 3.4 2 光子光会合の模式図。 Δ_1 と Δ_2 はそれぞれ光会合用レーザー L_1 と L_2 の共鳴周波数からの離調を表す。 E_p 、 E_{be} 、 E_{bg} は、それぞれ衝突する原子対の運動エネルギー、励起分子の束縛エネルギー、基底分子の束縛エネルギーを表す。また、 γ_1 は誘導放射に関する幅である。

マン遷移の光会合発生レートを K_{Raman} とし、free-bound の 1 光子光会合発生レートを K_1 とすると、

$$K_{Raman} = K_1 \left| \frac{\Omega_{12}}{\Delta} \right|^2 \quad (3.49)$$

と表される [32]。

第 4 章

実験装置と実験手順

第 5 章で述べる $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた光会合実験および第 6 章で述べる $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合実験に共通の内容に関して説明する。

4.1 Yb 原子

4.1.1 Yb 原子の同位体

Yb 原子はレーザー冷却されている他の原子と比較して、安定同位体が豊富であるという特徴がある。量子縮退が達成されている原子の同位体を中心に表にまとめた。これ

表 4.1 アルカリ金属と水素

質量数	存在比 (%)	核スピン
^1H	99.985	1/2
^2H	0.015	1
^6Li	7.5	1
^7Li	92.5	3/2
^{23}Na	100	3/2
^{39}K	93.2581	3/2
^{40}K	0.0117	4
^{41}K	6.7302	3/2
^{85}Rb	72.165	5/2
^{87}Rb	27.835	3/2
^{133}Cs	100	7/2

表 4.2 He、Cr および Yb

質量数	存在比 (%)	核スピン
^3He	1.37×10^{-4}	1/2
^4He	99.9999	0
^{50}Cr	4.345	0
^{52}Cr	83.789	0
^{53}Cr	9.501	3/2
^{54}Cr	2.365	0
^{168}Yb	0.13	0
^{170}Yb	3.05	0
^{171}Yb	14.3	1/2
^{172}Yb	21.9	0
^{173}Yb	16.12	5/2
^{174}Yb	31.8	0
^{176}Yb	12.7	0

から、Yb 原子の同位体の数が他の原子と比べていかに豊富かがよくわかる。当然、同位

体が豊富なだけで、レーザー冷却できなければ意味がない。後に述べるが、Yb 原子では ^{168}Yb を除くすべての同位体について、数 μK 程度もしくはそれ以下まで冷却、トラップすることに成功している。

4.1.2 Yb 原子のエネルギー準位

本研究に用いた中性 Yb 原子のエネルギー準位図を図 4.1 に示す。各準位のエネルギーは、基底状態である 1S_0 状態を基準として表してある。遷移について説明する前に、「 1S_0 」などの準位の表記法について簡単に説明する。 S を電子系の全スピンの大きさ、 J を電子系の全角運動量の大きさを、 L は電子系の全軌道角運動量の大きさを表すものとして、 $^{2S+1}L_J$ と表記してある。ただし、 L の値、 $L = 0, 1, 2, 3, \dots$ に対して、 S, P, D, E, \dots として表している。 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移は光の吸収、放出サイクルを繰り返すことができ、遷移

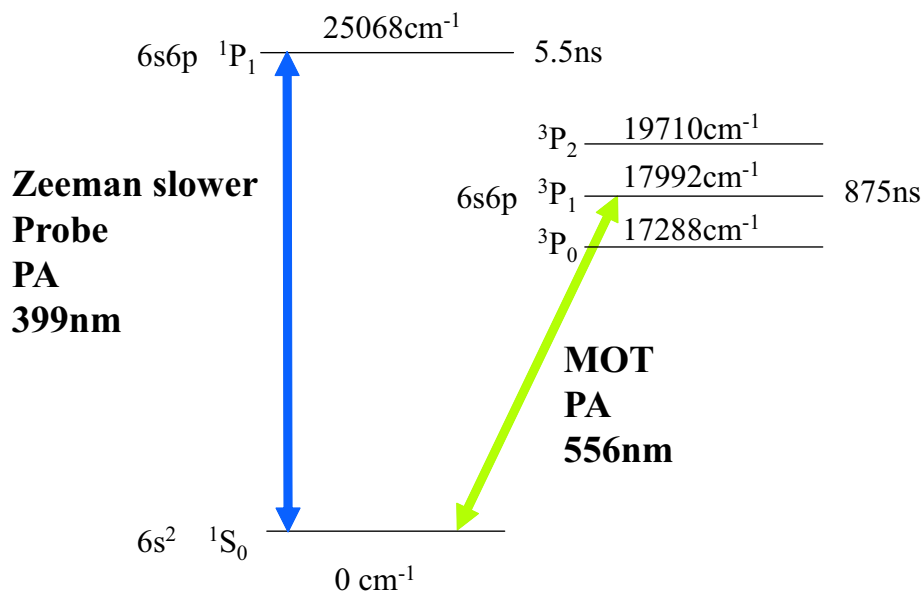


図 4.1 中性 Yb 原子のエネルギー準位図。本研究に関係するものを示している。

確率がある程度大きくなければならないという、レーザー冷却に用いる遷移としての必要な条件を満たしているものである。

$^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移は、電気双極子遷移の選択則を満たす許容遷移である。 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移と比較して、振動子強度が大きい。寿命は 5.5ns と、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移の 875 ns と比較して短い。この遷移は、実験においてゼーマン減速用のレーザー光、吸収イメージング用のレーザー光、光会合用レーザー光として用いた。 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移は、電気双極子遷移の選択則を満たしていない遷移であるが、電子のスピンと軌道角運動量が混ざりあうために、弱くではあるが電気双極子遷移が可能である。この遷移の事をスピン禁制遷移と呼ぶ。その自然幅は 182 kHz であり、 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移の自然幅、29 MHz と比較して二桁狭い自然幅である。自然幅が狭いので、光会合用レーザー光として用いたときに解離極

限近傍の振動回転準位を分光する事が可能である。また、自然放出による準安定状態への分岐がある $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ と異なり、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移は自然放出により基底状態に落ちる完全に閉じたサイクルの遷移である。その自然幅が狭いため、ドップラー冷却限界温度は約 $4.4\mu\text{K}$ と低い。閉じていてかつドップラー冷却限界温度も低いので、後に説明する MOT (Magneto-Optical Trap) に最適な遷移であり、実験には MOT 用レーザー光として用いた。また、自然幅が狭く高分解能の光会合に最適であるため、光会合用レーザー光としても用いた。

4.1.3 同位体シフト

同位体によって遷移の共鳴周波数が異なる現象を、同位体シフトと呼ぶ。多数の同位体をもつ Yb 原子も同位体によって遷移の共鳴周波数が異なる。同位体シフトの原因として、質量の違いと原子核の体積による電荷分布の違いが考えられる。原子番号の小さい軽い原子の場合、質量の違いが同位体シフトの主な要因となるが、Yb 原子の様に原子番号が大きな重い原子の場合、同位体シフトの主な要因は体積による電荷分布の違いとなる。同位体シフトに加えて核スピンをもつ ^{171}Yb 、 ^{173}Yb では、超微細構造により共鳴周波数が異なってくる。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移における同位体シフトと $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移における同位体シフトのスペクトルとシフトの値を表した図を、それぞれ図 4.2 と図 4.3 に示す。図中にある分数値は、励起状態での全角運動量子数を表す。同位体シフトの値は MHz を単位として ^{174}Yb を基準にしたものである。また、スペクトルは、参照用原子線にレーザー光を入射させてそのレーザー光の周波数を掃印し、蛍光を光電子増倍管で測定して得られたものである。

4.2 実験の手順

実験の手順について述べる。実験の大まかな流れとしては、原子気体を冷却、そこに光会合用レーザーを照射し、原子気体の温度と原子数をプローブするというものである。必要に応じて原子の温度や光会合用レーザーの周波数を変えながら、これを何度も繰り返してデータを取得していく。原子の冷却は以下の三つの段階に分けられる。

- ゼーマン減速
- 磁気光学トラップ
- 光トラップによる蒸発冷却

これらと光会合用レーザーの照射、原子気体の温度と原子数のプローブについて以下で説明する。

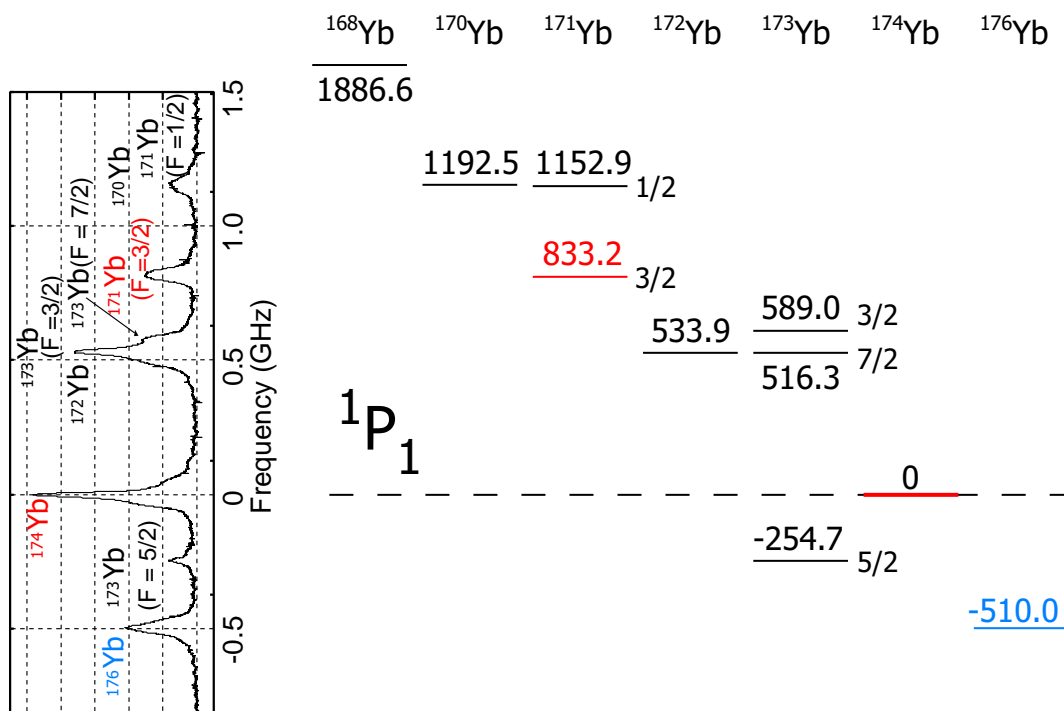


図 4.2 $1S_0 \rightarrow 1P_1$ 遷移における同位体シフトのスペクトルとその値。分数値は励起状態での全角運動量子数を表す。同位体シフトの値は MHz を単位として、 ^{174}Yb を基準にしたものである。また、スペクトルは参照用原子線にレーザー光を入射させてそのレーザー光の周波数を掃印し、その蛍光を光電子増倍管で測定したものである。

4.2.1 ゼーマン減速

Yb 原子気体は、固体の Yb を入れたオープン管を 375 K に熱することによって得る。この温度では原子の速が大きく、次に行う磁気光学トラップでの捕獲が困難である。そこで、原子気体を一次的に飛行する原子ビームとして、その進行方向の速さを減速させる。そのために、ゼーマン減速という手法を用いる。一次的な磁場勾配を原子の進行方向に対して発生させ、ゼーマン分裂を起こさせる。原子の共鳴から赤方に離調したレーザー光を原子の進行方向に対して対向するよう照射すると、ドップラー効果により原子はレーザー光を吸収し、その際の輻射圧によって減速される。放射の際は等方向的に光子を放出するので、上記のサイクルを繰り返すことにより段階的に原子を減速することが出来る。ゼーマン減速のために用いる遷移は、 $1S_0 \rightarrow 1P_1$ 遷移である。そのレーザー光の波長は、図 4.1 に示したように、399nm である。399nm の波長のレーザー光を発生させる光源として、798nm のチタンサファイア (Ti:S) レーザーとその倍波を生み出す非線形光学結晶のシステムを用いている。それとは別に、 $1S_0 \rightarrow 1P_1$ 遷移を用いた光会合を行う時は、798nm のチタンサファイア (Ti:S) レーザーとその倍波を生み出す非線形光学結晶

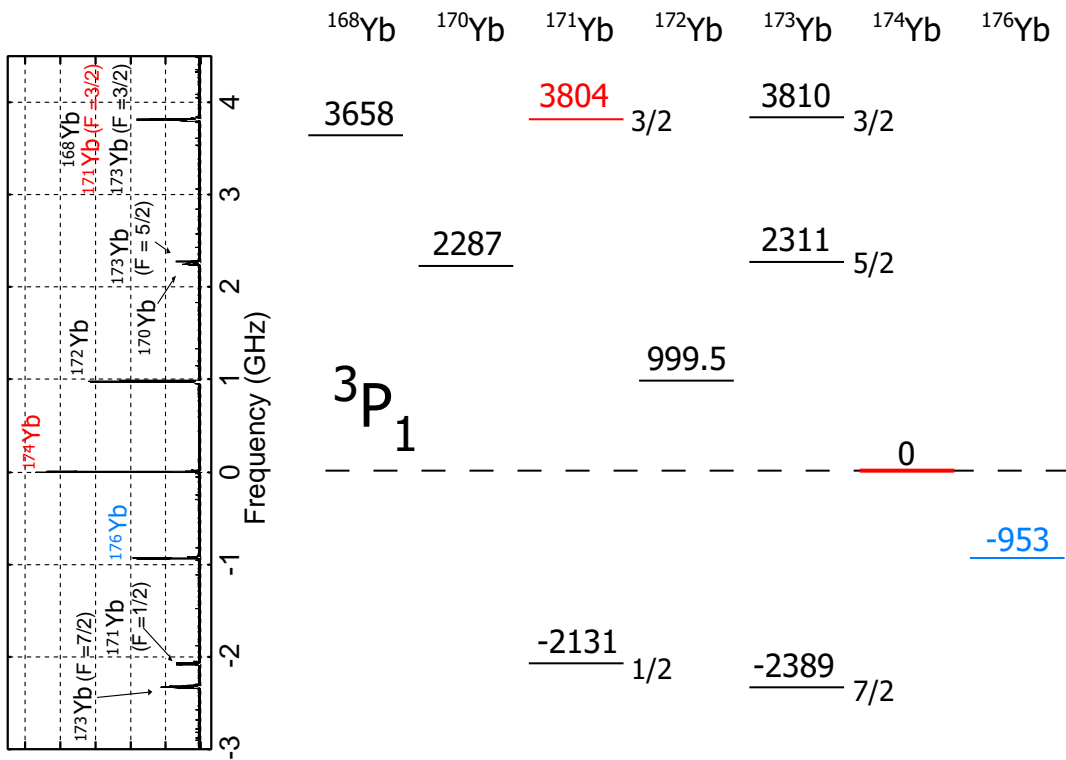


図 4.3 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移における同位体シフトのスペクトルとその値。分数値は励起状態での全角運動量子数を表す。同位体シフトの値は MHz を単位として、 ^{174}Yb を基準にしたものである。また、スペクトルは参照用原子線にレーザー光を入射させてそのレーザー光の周波数を掃印し、その蛍光を光電子増倍管で測定したものである。

のシステムを光会合用レーザー光として用いるため、Injection Lock システムの半導体レーザー光をゼーマン減速用の光源として用いている。

4.2.2 磁気光学トラップ

磁気光学トラップ (Magneto-Optical Trap) は、一般的に MOT という略語で表される。これは、原子の共鳴に近い周波数のレーザー光を空間的に 6 つの方向から入射させて、原子を冷却、トラップするものである。ヘルムホルツコイルにより四重極地場を発生させ、ゼーマン分裂を起こす。ドップラー効果によって原子の速度ベクトル成分に対向するレーザー光のみを吸収するように、レーザー光に離調をかける。光を吸収することにより、原子は輻射圧を受け減速される。これを 6 方向から行う事により、中心力が原子集団に常に働くようにし原子集団を冷却、トラップする。MOT には、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた。そのレーザー光の波長は、図 4.1 に示したように、556nm である。556nm の波長のレーザー光を発生させる光源として、 Ar^+ レーザー光により Dye レーザーを励起させるシステムを用いている。MOT によって捕獲できる原子数と温度は ^{174}Yb の場合、それぞ

れ約 10^6 個と約 $50\mu\text{K}$ である。また、密度は約 $10^{11}/\text{cm}^3$ である。

4.2.3 光トラップと蒸発冷却

光トラップとは、シュタルクシフトにより光の強度に比例したポテンシャルを原子に対して生成させ、原子をトラップする手法のことである。far-off resonant trap と呼ばれ、その頭文字をとって FORT と略される。典型的なポテンシャル深さは約 1mK であり、先の MOT 中の原子集団は温度が約 $50\mu\text{K}$ であるので、MOT により予備冷却された原子集団を FORT に移行する事ができる。移行後は原子集団の温度が約 $100\mu\text{K}$ に上昇するが、密度は約 $10^{13}/\text{cm}^3$ と上昇する。レーザー光の強度を下げる事によりポテンシャルの深さを浅くしていく事が可能で、これによって蒸発冷却を行い、より低温な原子集団を得る。本研究で用いた原子集団の典型的な温度は約 $1\mu\text{K}$ であり、密度は約 $10^{13}/\text{cm}^3$ から $10^{14}/\text{cm}^3$ である。本研究には交差型光トラップを用いており、蒸発冷却後原子集団は (数 μm)³ の空間にトラップされる。本研究で用いた FORT 用のレーザー光は、 532nm の単一周波数で発振する最大 10W の出力を得ることが可能な半導体励起固体レーザーを光源としている。このレーザー光は原子の共鳴から 10^{14}Hz 程度の離調をとっており、同位体シフトが 10^{10}Hz 以下の大きさであるので、FORT による光トラップは、レーザー光の強度などの条件が同じであればどの同位体にもほぼ同じ深さのポテンシャルを形成することができると考えられる。

4.2.4 光会合用レーザーの照射

蒸発冷却後、光会合用レーザー光を照射する。図 4.4 に $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合の場合の模式図を示す。2 光子光会合の場合の一つのレーザー光を PBS(Polarization Beam Splitter) を用いて二つに分け、それぞれダブルパスを通して周波数を変調させ、再度 PBS を用いて同一のパスに重ねて光ファイバーに入射させる。光ファイバーから出射後、 $\lambda/2$ 板と PBS を用いて偏光面を合わせて、交差型光トラップ中の原子集団に照射する。照射する時間は原子集団の原子数密度、光会合用レーザー光の強度、Frank-Condon factor などによって原子数の減少率が異なるため常に一定ではないが、約 30ms から 200ms 程度である。光会合用のレーザー光が交差型光トラップ中の原子集団に照射されるように、毎回実験ごとに調整を行っている。パス中に光ファイバーを用いているのは、光ファイバー後のパスをほぼ不動とすることによりアライメントの手間を省くためである。毎回の実験での調整は、この光ファイバーに入射する光と出射する光の強度比の最適化と crossed-FORT の中心に光会合用レーザー光を照射するアライメントである。詳しい光会合用レーザー光のパスや、調整については後に説明する。

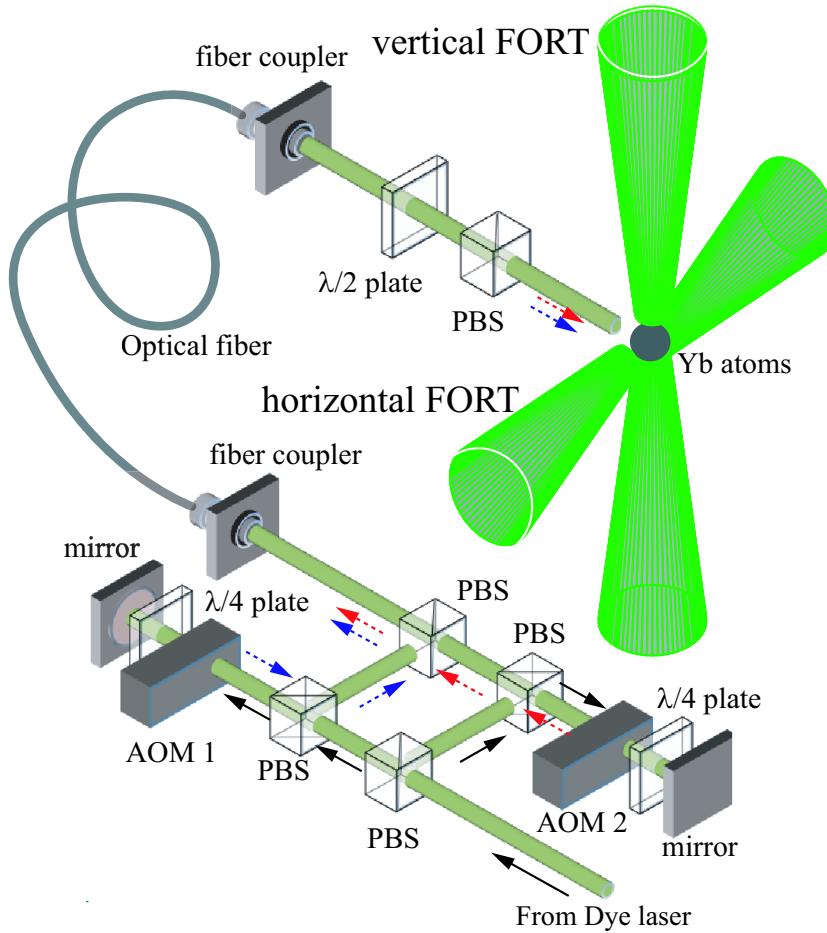


図 4.4 光会合用レーザー光のセットアップの模式図。 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合の場合を示している。光会合用のレーザー光の光源は MOT 用レーザー光と同じである。2 光子光会合の場合、一つのレーザー光を PBS を用いて二つに分け、それぞれダブルパスを通して周波数を変調させ、また PBS を用いて一つのパスに重ねて、光ファイバーに入射させる。光ファイバーから出射後、 $\lambda/2$ 板と PBS を用いて偏光面を合わせて、交差型光トラップ中の原子集団に照射する。

4.2.5 プローブ光による撮像

光会合用レーザー光を照射した後、プローブ光を照射し、吸収イメージングにより原子数と温度を測定した。吸収イメージングとは、原子集団の影を CCD カメラによってとらえる手法である。プローブ光の原子集団への入射方向を z 方向とし、入射前のプローブ光の強度を $I_0(x, y)$ 、透過後のプローブ光の強度を $I(x, y)$ とすると、原子数密度 $n(x, y, z)$ は以下の式で表わされる。

$$\int n(x, y, z) dz = -\sigma_{ab} \ln \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} \quad (4.1)$$

ここで、 σ_{ab} は光の吸収断面積である。ポテンシャルを調和近似し、原子間相互作用を無視し、原子集団は Maxwell-Boltzmann 分布をしているとすると、ポテンシャルトラップから原子集団を開放して t 秒後の密度分布は、

$$n(x, y, z, t) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2} \sigma^3(T, t)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2(T, t)} \right] \quad (4.2)$$

となる。ここで、 N は原子数、 T は原子集団の温度である。 $\sigma^2(T, t)$ は時間 t における原子分布の広がり、次の式で表わされる。

$$\sigma^2(T, t) = \sigma^2(T, 0) + \frac{k_B T}{m} t^2 \quad (4.3)$$

式 (4.1) と式 (4.2) より

$$-\frac{1}{\sigma_{ab}} \ln \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} = \frac{N}{2\pi \sigma^2(T, t)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2(T, t)} \right] \quad (4.4)$$

を得る。左辺は CCD カメラにより測定できるので、その測定結果に対して N と $\sigma(T, t)$ をフィッティングパラメータとして右辺の関数形を用いてフィッティングする事により、原子数 N と $\sigma(T, t)$ を得ることが出来る。この $\sigma(T, t)$ を用いれば、温度も決定できる。調和ポテンシャルのトラップ周波数を ω とすると、 $\sigma^2(T, 0) = \frac{k_B T}{m\omega^2}$ となるので、式 (4.3) は

$$\sigma^2(T, t) = \frac{k_B T}{m} \left(\frac{1}{\omega^2} + t^2 \right) \quad (4.5)$$

となる。 $\sigma^2(T, t)$ は式 (4.4) から決定できるので、式 (4.5) から温度 T を求める事が出来る。

4.2.6 タイムチャート

以上の実験の手順を実際にはどのような時間スケールで行ったかを、タイムチャートにして図 4.5 に示した。 t_a はゼーマン減速による MOT への原子のローディング時間 [s] で、同位体や実験を行った時の装置の調子によって異なるが、おおよそ数秒から 1 分以下程度である。 t_b は MOT から FORT へ原子を移行させる時間 [s] である。 t_c は蒸発冷却の時間 [s] で、同位体や到達したい温度によって異なるが、数秒程度である。 t_d は光会合用レーザー光の照射時間 [s] で、30ms から 200ms 程度である。この照射時間では、光会合用レーザー光を照射しない場合において原子のトラップロスにはほぼない。この事から、トラップ中で原子が三体衝突を起こし、2 個の原子で分子を形成し、残りの 1 つの原子がその分子の束縛エネルギーを受け取ることによってトラップロスを起こす過程が支配的ではないとわかる。また、この過程で形成される分子は原子との衝突によって直ぐに解離してしまう。 t_e は熱平衡化の時間 [s] で、10ms である。 t_f はプローブ光を照射する時間 [s] で、100 μ s である。

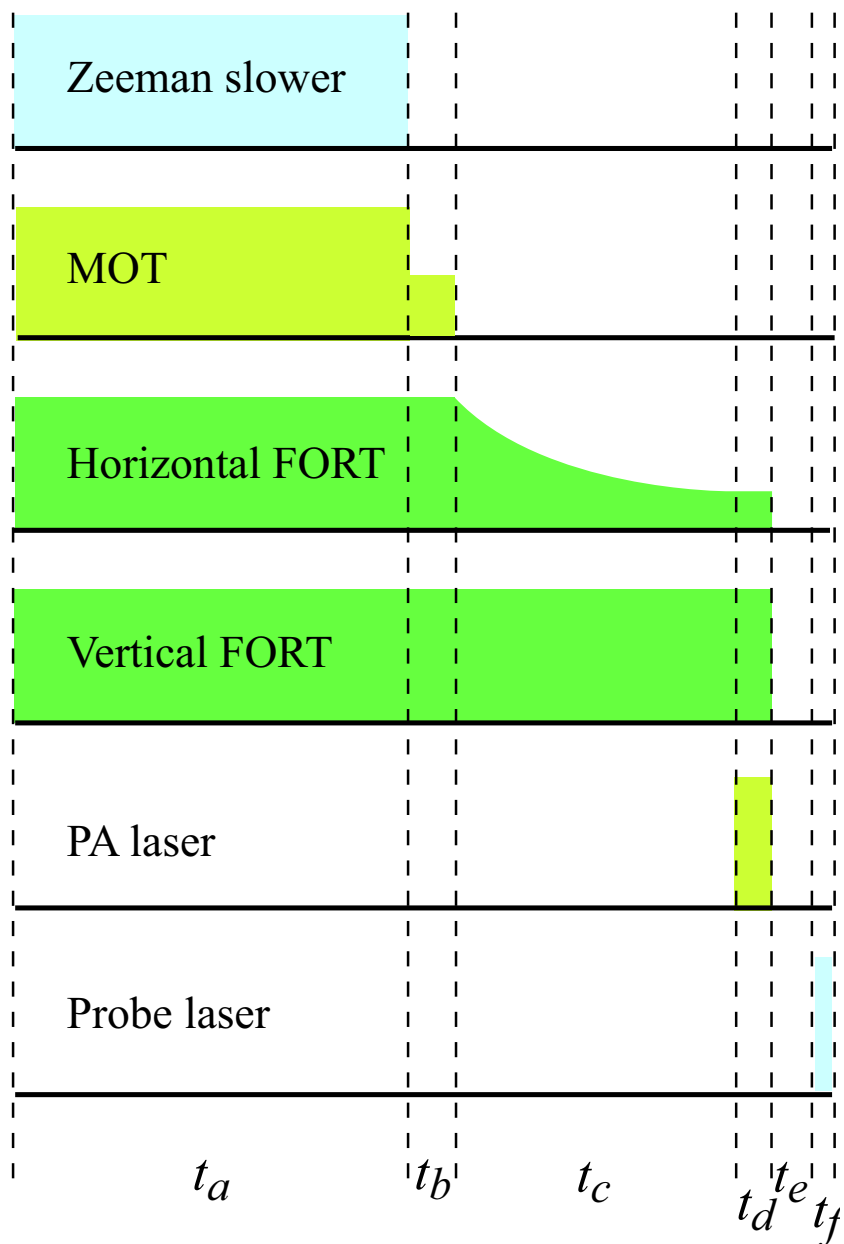


図 4.5 実験のタイムチャート。 t_a, t_b, t_c, t_d, t_e と t_f は、それぞれ、ゼーマン減速による MOT への原子のローディング時間、MOT から FORT への移行時間、蒸発冷却の時間、光会合用レーザー光の照射時間、熱平衡化の時間、プローブ光の照射時間を表す。

4.3 実験系

実験装置の配置を説明する。図 4.6 に概略的な配置図を示した。説明上便利なので、ローマ数字で光学除震台に番号をつける。一つの部屋の中に、光学除振台を 4 台配置してある。実際にはこの他にも光学除振台が実験室に配置してあるが、ここでは本研究に用いた光学系を配置してある物のみを示した。光学除振台に配置してある光学機器も、レーザーやチャンバーなど、主な機器のみを示してある。簡単な光学系ならば紙面に表すこともできるが、本研究で用いた光学系は非常に複雑に配置してあるので、すべての光学機器を二次元の紙面に表すのは不可能である。実線はレーザー光の概略的なパスを表している。原子の冷却に用いるレーザー光は、ゼーマン減速用の 399nm のレーザー光、磁気光学トラップ (MOT) 用の 556nm のレーザー光、そして、光トラップ用の 532nm のレーザー光の三つである。各レーザー光をどのように準備するかを簡単に説明する。ゼーマン減速用のレーザー光は、まず、光学除振台 III の verdi を励起光として、Ti:S から 798nm の光を発生させる。さらに、この光を非線形光学結晶を用いた二倍高調波発生器 (SHG) を通して、399nm の光を得ている。その後、光学除振台 II を経て光学除振台 I のチャンバーに入射させている。図では最後矢印で実線が終わっているが、chamber に入射する様子を詳細に記すと煩雑になり、図がわかりにくくなるので、それを避けるためである。次に、MOT 用の 556nm のレーザー光であるが、これは、光学除振台 II の Ar⁺ レーザーによって Dye レーザーを励起する事によって得ている。その後、光学除振台 I で PBS を用いて三つに分けられてそれぞれチャンバーに入射される。最終的にはそれぞれミラーで反射されて 6 方向からチャンバーに入射するようにしている。最後に、光トラップ用のレーザー光であるが、これは光学除振台 I の verdi を用いて発生させている。最終的には、verdi-1 の光は水平 FORT 光として、verdi-2 の光は鉛直 FORT 光として用いている。この光トラップ用のレーザー光は、他の用途のレーザー光と比較して、特にレーザー光のパスの揺れを排除する必要がある。異なる光学除振台間をレーザー光を渡すと、光学除振台間のわずかな振動がレーザー光のパスの振動として現れる。それを避けるために、光トラップ用のレーザー光源をチャンバーと同じ光学除振台に配置してある。

本研究で用いた実験系における原子の冷却に関する部分は、本研究室における 10 年以上にわたる研究によって少しずつ構築されたものである。本研究ではその実験系に、第 5 章および第 6 の実験配置で説明する光会合光に関する実験配置の構築を行い、実験を行った。

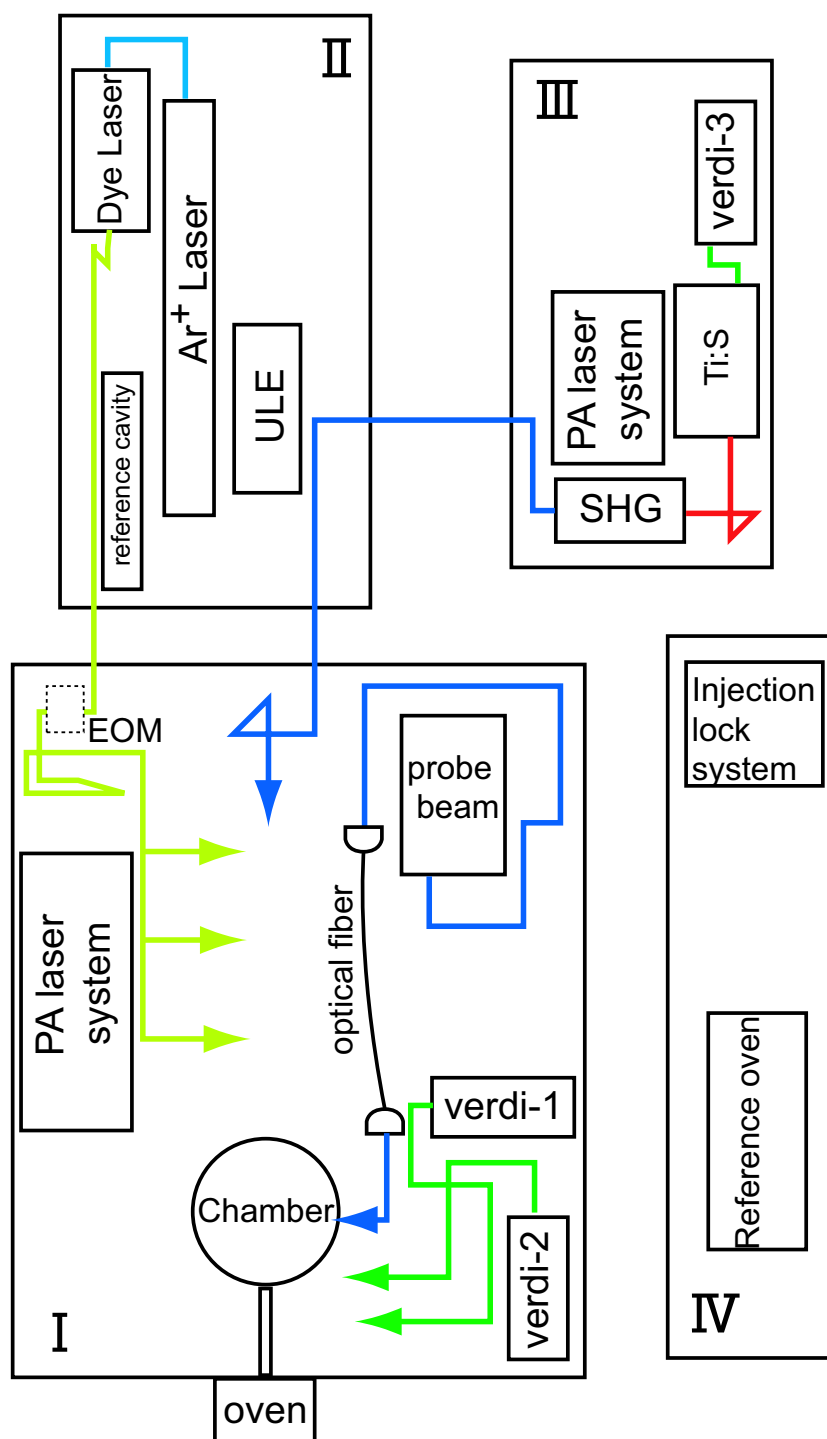


図 4.6 実験装置の概略的な配置図。光学除震台に便宜的にローマ数字で番号をつけている。実線はレーザー光の概略的なパスを表す。

第 5 章

$^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた光会合

5.1 1 光子光会合

世界初の Yb 原子の 1 光子光会合は、双極子許容遷移である $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ を用いて我々の研究室にて行われた [34]。光会合に用いた冷却原子集団は、single FORT にトラップされた温度が約 $100\mu\text{K}$ の ^{174}Yb である。 d 波の遠心力障壁のポテンシャル高さが $100\mu\text{K}$ 以上であるので、その時は、 s 波散乱長のみが光会合のスペクトルに寄与しているものと考えていた。しかし、後の章で述べる $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 1 光子光会合の実験により、約 $25\mu\text{K}$ の低温においても d 波の寄与が s 波と同等程度存在するとわかった。このように d 波の寄与が遠心力障壁の内側かつ低い温度で残る要因として有力なのが、 d -wave shape resonance の存在である。参考文献 [34] の光会合実験の目的の一つは ^{174}Yb の s 波散乱長の上限值を決定することであった。原子の s 波散乱長は電子基底状態の散乱波動関数の node と相関があり、光会合は実験的に散乱波動関数の node を求める事が出来る手段である。そして、実験的に求めた node が、原子間距離が約 3nm の 1 力所であったので、 s 波散乱長は 3nm 以下であると決定した。しかし、 d -wave shape resonance などが原因で d 波の寄与が遠心力障壁の内側で残る場合には、光会合スペクトルは、 s 波由来のものや d 波由来のものが混合したものになってしまう。このため、 s 波散乱波動関数の node を決定するためには、 d 波の寄与が無視できる温度領域などで光会合スペクトルを得る必要がある。そこで、温度が $1\mu\text{K}$ 程度の crossed FORT にトラップされた原子集団を用いて再度光会合スペクトルを得ることにした。その結果から、node のみではなく s 波散乱の波動関数を決定し、 s 波散乱長および C_6 を決定した。ここではその中で、1 光子光会合の実験に関する部分を説明する。

5.2 実験配置

5.2.1 光会合用レーザー光とゼーマン減速用レーザー光

$^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた光会合用のレーザー光源として、波長 399 nm レーザー光が必要である。 399 nm の波長の光源としては、Ti:S レーザーとその倍波を生み出す非線形光

学結晶のシステムと、Injection Lock システムの半導体レーザー光がある。光会合用に用いるためには周波数の掃引可能範囲が広いレーザー光が望ましく、特に $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた光会合は、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合と比較して測定対象となる振動準位間隔が大きく、GHz オーダーである。このため、数 GHz の周波数掃引が必要となる。また、そのような広範囲の周波数掃引には AOM(Acousto-Optic Modulator) での周波数変調は不適である。よって、光源で周波数を調整する必要がある。そのためには、Ti:S レーザーを用いるのが適している。Cavity のある MBR 中の、エタロンや複屈折板を調整する事により、数百 GHz の範囲で周波数を変える事ができる。このため、ゼーマン減速用のレーザー光源には Injection Lock システムの半導体レーザー光を用い、光会合用レーザーとして Ti:S レーザーを用いた。この配置を用いて、 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた光会合の実験を行った。

しかし、この配置にも弱点がある。得られるゼーマン減速光のパワーは、Ti:S レーザーのシステムでは約 60 mW であるのに対して、Injection Lock システムでは、約 30 mW である。しかも、Injection Lock システムで得られるレーザー光は、必要とする周波数以外の成分も混ざったものである。このため Injection Lock システムでのゼーマン減速の効率は、実際には Ti:S レーザーのシステムと比較して十分ではない。その結果 MOT での原子数が少なくなり、蒸発冷却前の光トラップ中での初期原子数も十分ではなくなり、実験に用いた原子集団の典型的な温度である約 $1\mu\text{K}$ で十分な原子数が用意できなくなる場合がある。また、共同冷却を行う際にはゼーマン減速用のレーザー光の周波数をスイッチングする必要があるが、現行の Injection Lock システムはそのスイッチング機能を搭載していない。結局、Injection Lock システムをゼーマン減速用のレーザー光に用いる事によって約 $1\mu\text{K}$ で光会合に十分な原子数が用意できたのは ^{174}Yb のみであった。

なお、MOT への原子の Loading から、光会合用レーザー光を照射し原子数と温度を測定までの手順は、4.2 節にて述べたとおりである。

スピン許容遷移 ($^1S_0 \rightarrow ^1P_1$) を用いた 1 光子光会合用レーザー光のパスは、チャンパーに入射する際に図 5.1 に示すように水平 FORT 光に重ねて配置してある。水平 FORT 光の原子をトラップしている領域での beam 径は約 $14\mu\text{m}$ であり、光会合用レーザー光をその微小領域に当たるように調整しなければならない。このために、次に述べる手法で調整を行った。

5.2.2 光会合用レーザー光のパス合わせ

光会合用レーザー光のパス合わせのために、ビームプロファイラーを用いた。ビームプロファイラーは、ビームの形状と相対座標を知ることの出来る装置である。これを用いて光会合用レーザー光の中心が FORT 光の中心に一致するように調整を行う。その調整手順を以下で説明する。

図 5.2 に示すように、光会合用レーザー光の中心を FORT 光に合わせる為にチャンパー入射直前にガラス板を置き、そのガラス板表面での反射光をビームプロファイラーに

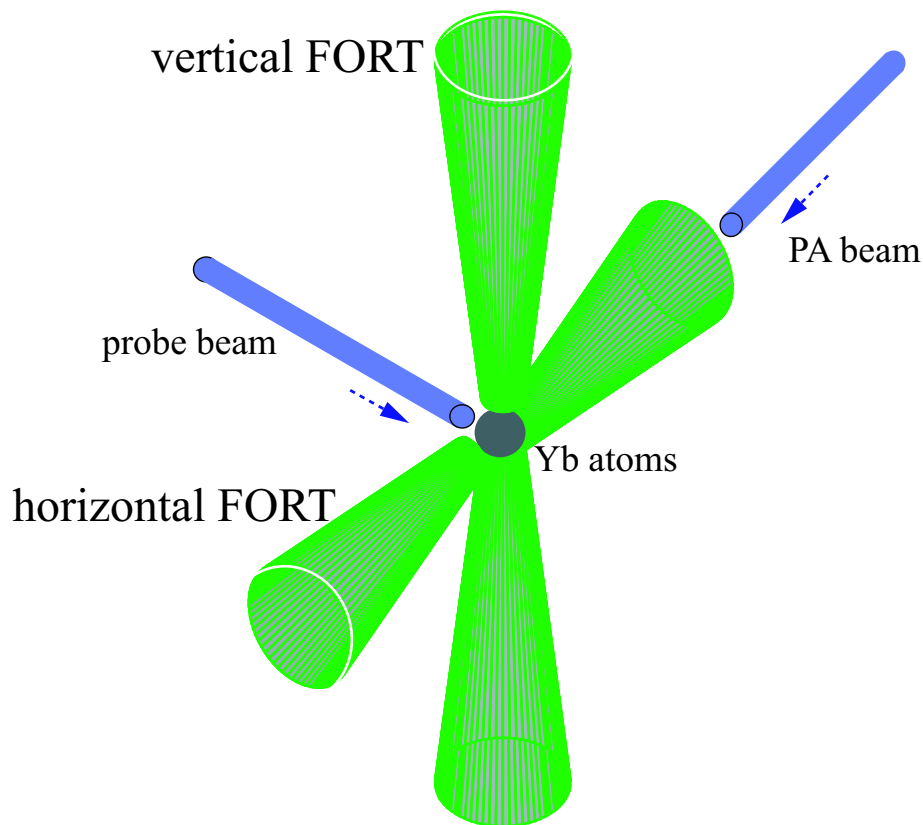


図 5.1 光会合用レーザー光、probe 光、FORT 光の配置図。水平 FORT と鉛直 FORT の交差領域に原子がトラップされている。光会合用レーザー光は水平 FORT 光に重ねて入射させ、原子集団に照射される。

入射させる。ここで、光会合用レーザー光を切った場合、ビームプロファイラーでは FORT 光のみをモニター出来る。このとき、FORT 光の焦点とビームプロファイラーの受光素子が一致するようにビームプロファイラーの位置を調整する。次に、FORT 光を切り、光会合用レーザー光をビームプロファイラーに入射させ、先の FORT の焦点と相対座標が合うように光会合用レーザー光をミラーを用いて調整し、パス合わせを行う。

5.2.3 1 光子光会合の実験結果

以上の実験系を用いて $^1S_0 - ^1P_1$ 遷移を用いた光会合のスペクトルを得る事に成功した。結果を図 5.3 に示す。解離極限から約 10GHz 離調した信号から 345GHz 離調した信号まで得ることが出来た。 $^1S_0 + ^1P_1$ 状態では 4 つの分子電子状態が考えられるが、長距離分子を考えた場合、基底状態の $^1\Sigma_g^+$ 状態から励起状態の $^1\Sigma_u^+$ 状態への遷移のみが可能である。約 $1\mu\text{K}$ で得たスペクトルであるので、s 波散乱由来のスペクトルのみとなる。ここで、励起状態の全角運動量 J_e は 1 である。同定した振動量子数を図 5.3 に示す。

式 (3.4) を用いて、得られたスペクトルからゼロエネルギーでの s 波散乱状態での波動

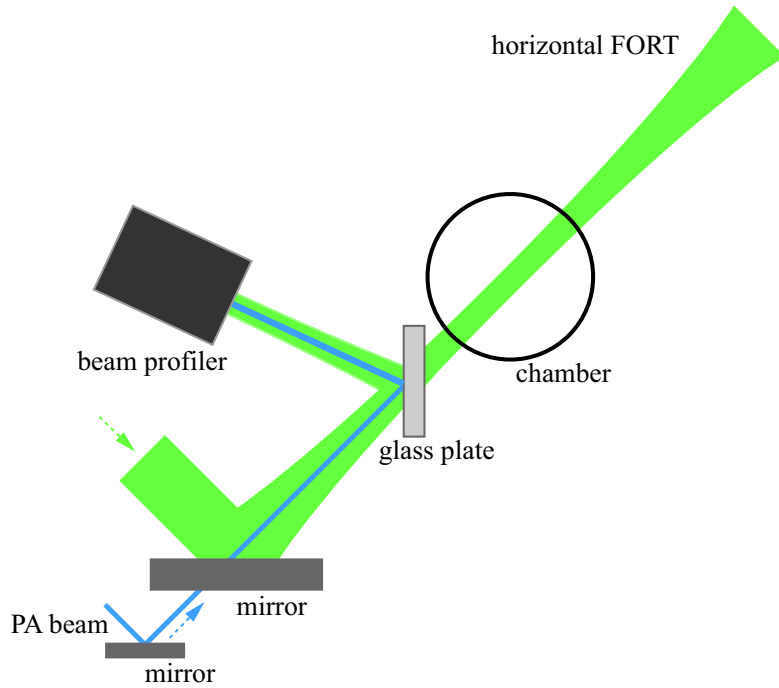


図 5.2 光会合用レーザー光を FORT 光に重なるように調整する際の配置図。光会合用レーザー光は、水平 FORT 光を反射するミラーの後方から入射されて水平 FORT に重ねられている。パス中に置かれたガラスプレートにて FORT 光と光会合用レーザー光の一部が反射され、ビームプロファイラーに入射する。

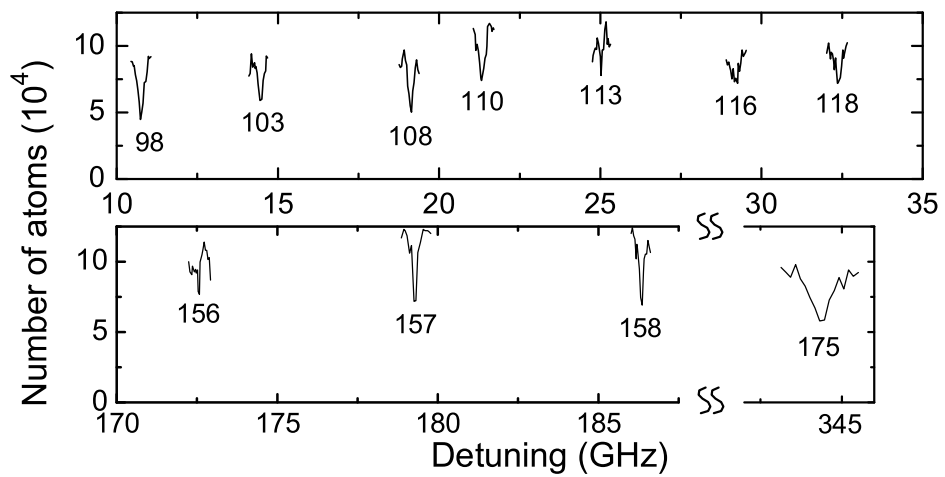


図 5.3 1 光子光会合スペクトルの例。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移の共鳴周波数からの離調周波数を横軸、光会合用レーザー光を照射した後の原子数を縦軸として表している。グラフ中のラベルは解離極限から数えた振動量子数を表す。

関数を求めた。結果を図 5.4 に示す。黒丸印は振動準位が 165 番目以上の点を表しているが、白抜きの丸印に相当するスペクトルは線幅が約 0.11GHz であったのに対して、黒丸印に相当するスペクトルは線幅が約 0.75GHz であった。この原因として前期解離の影響が考えられる [34]。このため、黒丸印のデータは実線で示した波動関数のフィッティングの際に参照していない。シュレディンガー方程式におけるポテンシャルを $-\frac{C_{6g}}{r^6}$ としてフィッティングを行った。ここで C_{6g} は、van der Waals 定数である。フリーパラメータは、 C_{6g} 、散乱帳 a および振幅とした。その結果、 $C_{6g} = 2300 \pm 250$ 、 $a = 5.53 \pm 0.11\text{nm}$ を得た。

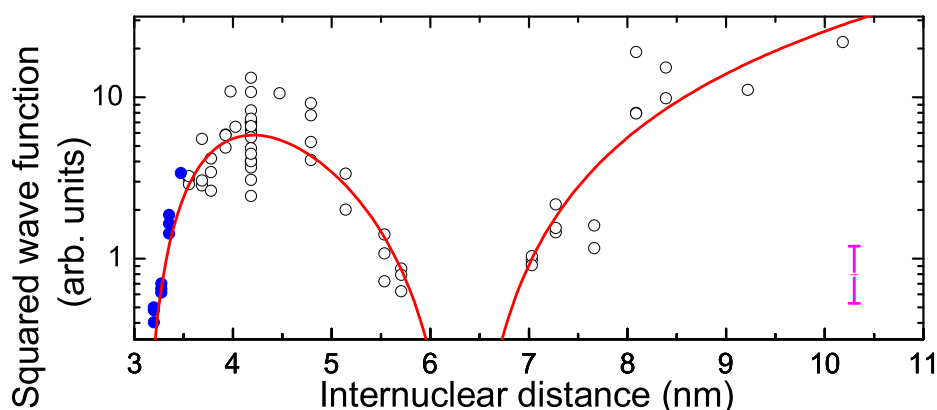


図 5.4 ゼロエネルギーにおける s 波散乱状態での波動関数。白抜きの丸印および黒丸印は実験結果、図の右下隅のバーはデータの誤差を表すエラーバーである。実線は波動関数のフィッティング結果を表す。黒丸印は振動準位が 165 番目以上の点を表している。白抜きの丸印に相当するスペクトルは線幅が約 0.11GHz であったのに対して、黒丸印に相当するスペクトルは線幅が約 0.75GHz であった。この原因として前期解離の影響が考えられる [34]。このため、黒丸印のデータは実線で示した波動関数のフィッティングの際に参照していない。

波動関数の振幅が大きければ Franck-Condon factor が大きくなり、光会合の効率がより高くなる。2 光子光会合のスペクトルを探す際、free-bound 用レーザー光と bound-bound 用レーザー光の 2 本のレーザー光を用いることとなるが、実験装置および配置の制約上その強度には上限がある。free-bound 用レーザー光の強度を出来る限り小さくし、bound-bound 用レーザー光の強度を大きく取った方が未知の振動準位を探す際に優位である。そのために図 5.4 の結果を参照し、光会合の効率が高くなる励起状態のエネルギー準位を用いた。2 光子光会合の探求に関して、次節で詳しく述べる。

5.3 2 光子光会合

5.3.1 2 光子光会合用のパス

2 光子光会合には、レーザー光が二つ必要である。1 光子光会合用のパスの途中に図 5.5 に示すように、ダブルパスを二つ含む光学系を挿入することによって、それらを用意した。ミラー 1 はフリッパーに取り付けられており、これを倒したり起こしたりする事により 1 光子光会合専用のレーザー光としての用途 (もしくは Zeeman 冷却用のレーザー光としての用途) と 2 光子光会合用のレーザー光としての用途を使い分けられるようにしてある。 $\lambda/2$ 板は、その直後の PBS によって分けられるレーザー光の強度比を調整するために設置している。AOM1 と AOM2 はそれぞれダブルパス中に配置されており、これによって周波数変調をかける。AOM2 のダブルパスを通過した後のミラー 2 と 3 は、AOM1 を通過した後にチャンパーに向かうレーザー光と AOM2 を通過したレーザー光とを重ね合わせるための調整に使用するために設置してある。

5.3.2 2 光子光会合スペクトルの探索

2 光子光会合スペクトルの探索を行った。Yb 原子の 2 光子光会合の前例はないため、光会合用レーザー光の周波数および強度、原子集団の原子数、温度といった実験時のパラメータに関して、2 光子光会合スペクトルを得るのに最適な条件は当然未知である。2 光子光会合には、ラマン分光とアウトラータウンズ分光の二つの手法があるが、まずこのどちらで探索するかを考察した。アウトラータウンズ分光はラマン分光と比較して、光会合用レーザー光の強度に対して得られるスペクトルの線幅が広い事が予想される。このため、未知のスペクトルを探索するにはアウトラータウンズ分光が有利と考えた。次に、基底状態におけるどの振動回転準位を探索するかである。これには以下の条件を考慮した。

1. free-bound の Frank-Condon factor が大きく、光会合用レーザー光の強度を小さく抑えられる準位
2. $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移の線幅が 30MHz 程度あるので、目安として 100MHz よりも深い準位
3. bound-bound の Frank-Condon factor も大きくとれる準位

1 . に関しては図 5.4 を参照すればよい。原子間距離が 4 nm 付近や 8nm 以上であれば波動関数の振幅が大きく、free-bound の Frank-Condon factor が大きくなると考えられる。2 . に関して参考文献 [35] によれば、振動準位 $v = 1$ 、基底状態の回転量子数 $J_g = 0$ の振動回転準位が解離極限からの離調が、 $-9.88 \sim -14.83$ MHz の間にあると予想される。これでは遷移の線幅の影響が考えられるので、振動準位 $v = 2$ 、回転量子数 $J_g = 0$ or 2 の振動回転準位より深い準位を探索する必要がある。5.2.3 節において C_6 および散乱長 a の値が求まっているので、これから数値的にシュレディンガー方程式を解き、遠方

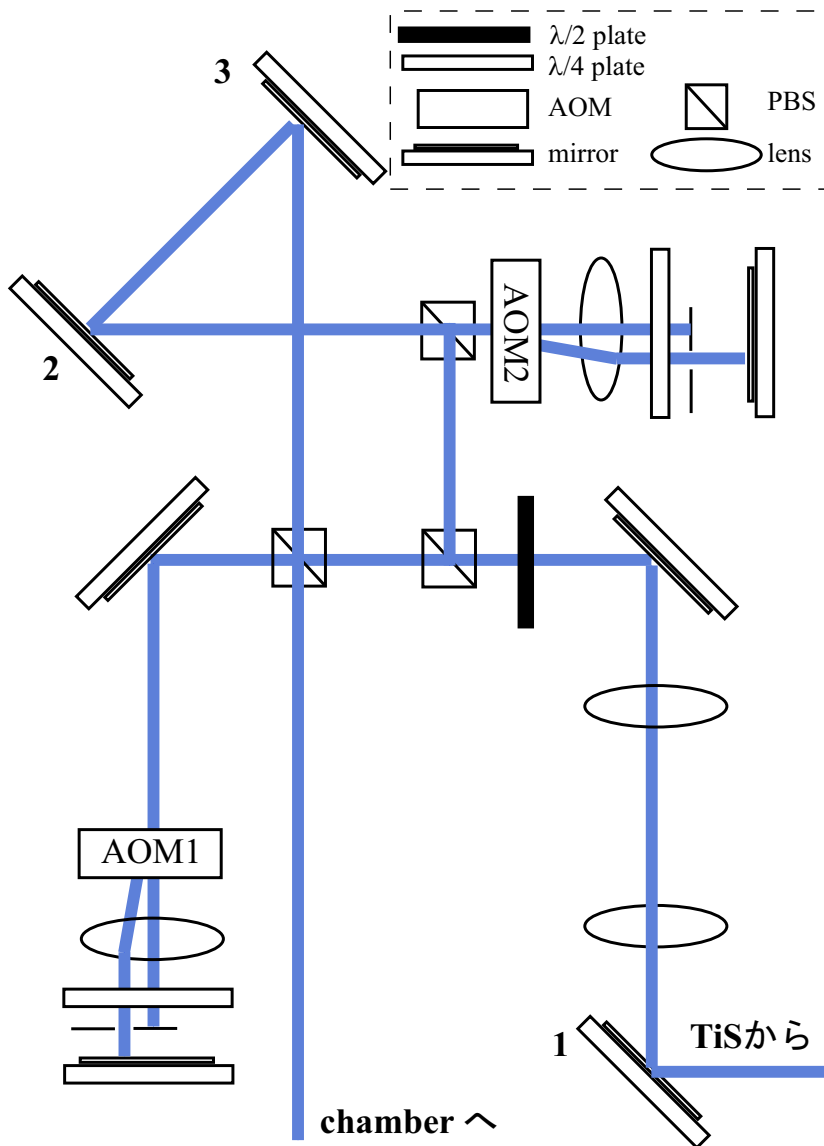


図 5.5 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合用のレーザーパス。ミラー 1 はフリップパーに取り付けられており、これを倒したり起こしたりする事により 1 光子光会合専用のレーザー光としての用途と 2 光子光会合用のレーザー光としての用途を使い分けている。 $\lambda/2$ 板は、その直後の PBS によって分けられるレーザー光の強度比を調整するために設置している。AOM1 と AOM2 はそれぞれダブルパス中に配置されており、これによって周波数変調をかける。AOM2 のダブルパスを通過した後のミラー 2 と 3 は、AOM1 を通過した後にチャンバーに向かうレーザー光と AOM2 を通過したレーザー光とを重ね合わせるための調整に使用するために設置してある。

にて波動関数が 0 に収束する振動準位を求めることが出来る。その結果、解離極限から 270MHz 離調した場所に基底状態の分子束縛準位 ($v = 2$) が存在すると予想した。3 . に関しては、Frank-Condon 原理から考えて free-bound の Condon point が bound-bound の Condon point と近ければよい。以上、3 つの点を考慮して、解離極限から 270MHz 離調した場所に基底状態の分子束縛準位が存在すると予想して探索を行うこととした。励起状態の束縛準位として、Condon point が約 4nm である $v = 157$ の準位を用いた。

5.3.3 2 光子光会合スペクトルの発見

上記の条件を考慮して 2 光子光会合スペクトルの探索を行い、振動準位 $v = 2$ 、回転量子数 $J_g = 2$ の振動回転準位を発見することに成功した。これは、世界で初めて Yb 原子における基底状態の分子ポテンシャル中の束縛状態の信号を得た実験である。その結果を図 5.6 に示す。図 5.7 を参照しつつ、スペクトルの説明を行う。free-bound のカッ

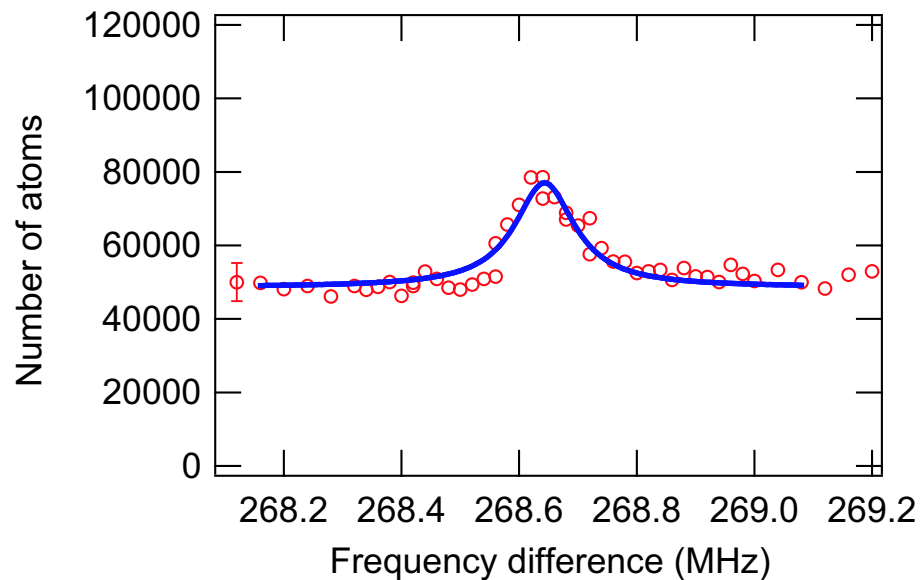


図 5.6 $^{174}\text{Yb}_2$ 分子の、アウトラータウンズ分光を用いた、 $v = 2, J_g = 2$ 状態の 2 光子光会合スペクトル。約 $1 \mu\text{K}$ の温度で測定した。縦軸は光会合用レーザーを照射した後に光トラップ中に残った原子数を、横軸は 2 色の光会合用レーザー光の周波数差をそれぞれあらわしている。縦方向のエラーバーは原子数の揺らぎをあらわしている。実線はデータをフィッティングしたローレンツ関数を表す。

プリングに用いるレーザー光を L_1 、bound-bound のカップリングに用いるレーザー光を L_2 とする。 L_1, L_2 が共に照射されていない場合、約 100000 個、 $1 \mu\text{K}$ の原子が交差型 FORT 光にトラップされている。 L_1 を free-bound のカップリングが起こる周波数に調整し照射すると (図 5.7 にて離調 $\Delta_d = 0$)、1 光子光会合によってトラップ原子数が約 50000 個に減少するよう L_1 の強度を調整した。 L_1 の周波数と強度を上記に保ったまま照射した状態で、 L_2 の強度を適当に調整し、周波数を掃引した。図 5.6 の横軸は L_1

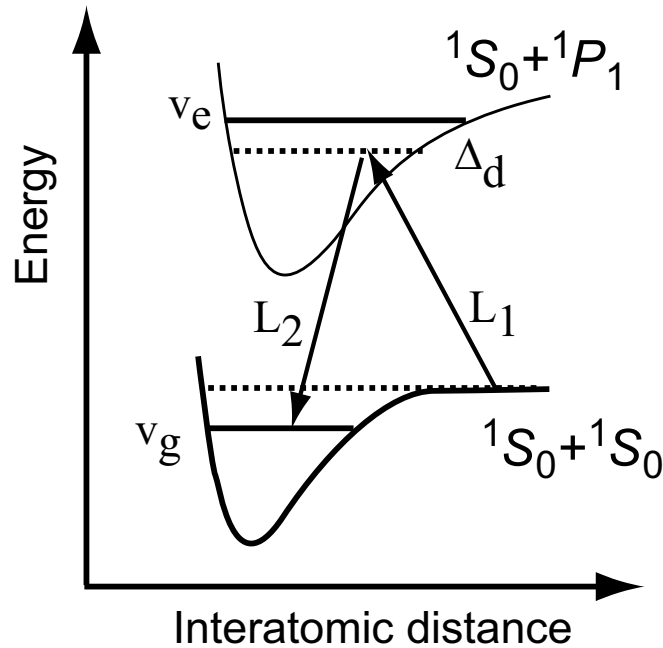


図 5.7 Yb₂ 分子の、ポテンシャルエネルギーの模式図。 v_g は基底状態の振動準位を、 v_e は励起状態の振動準位をそれぞれ表す。 L_1 、 L_2 はそれぞれ free-bound のカップリングに用いるレーザー光、bound-bound のカップリングに用いるレーザー光である。 Δ_d は L_1 の v_e からの離調を表す。

と L_2 の周波数差である。 L_2 によって bound-bound のカップリングが起こると、アウトラータウンズ分裂によって、free-bound のカップリングが解かれ、1光子光会合による原子数の減少が阻害される。図 5.6 の横軸約 268.65MHz のピークがそれである。この bound-bound のカップリングによって 1光子光会合による原子の減少が抑制されるスペクトルは dark resonance と呼ばれる。

次に、1光子光会合スペクトル中の dark resonance [36] の測定を行った。図 5.6 では L_1 の周波数を固定したが、今回は L_2 の周波数を bound-bound カップリングが起こるように固定する。その状態で、 L_1 の周波数を掃引する。 L_2 がなければ通常の 1光子光会合による原子の減少が観測されるが、 L_2 によって 1光子光会合のスペクトル中心にて原子の減少が抑制される。結果を図 5.8 に示す。1光子光会合による原子の減少が、スペクトル中心にて抑制されている結果を得た。

以上、図 5.6、5.8 に示すように、2光子光会合の信号を得ることに成功した。この発見を足がかりに、次是最浅束縛準位を探索した。

5.3.4 最浅束縛準位の分光

振動準位 $v = 2$ のスペクトルを得たことから、最浅束縛準位は解離極限から約 10MHz であると範囲を絞る事が出来た。そこで、ラマン分光によって最浅束縛準位を探索するこ

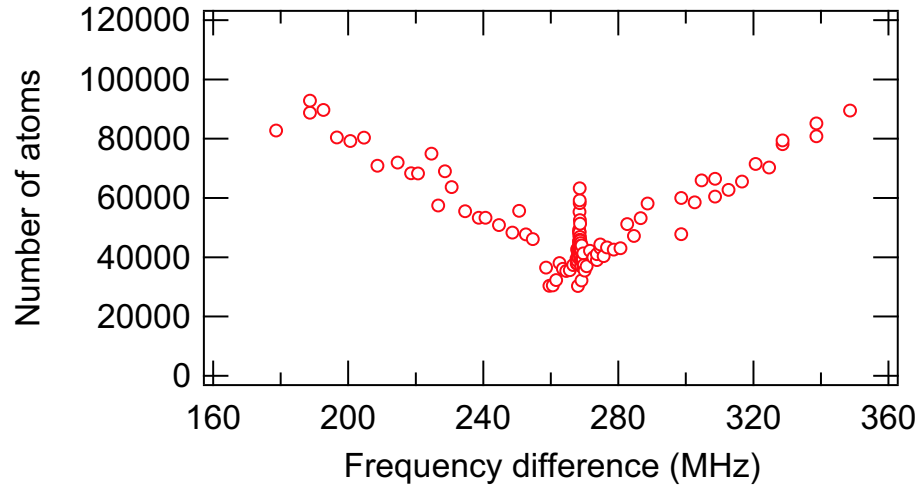


図 5.8 ^{174}Yb の、アウトラータウンズ分光を用いた、 $v = 2, J_g = 2$ 状態の 2 光子光会合スペクトル。約 $1 \mu\text{K}$ の温度で測定した。縦軸は光会合用レーザーを照射した後に光トラップ中に残った原子数を、横軸は 2 色の光会合用レーザー光の周波数差をそれぞれ表している。265MHz 付近での原子数の増加は、dark state を表している。

ととした。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移の線幅が 100MHz 程度考えられるので、図 5.7 において離調 $\Delta_d = 200\text{MHz}$ としてラマンスペクトルを探索した。結果、スペクトルを得ることに成功した。結果を図 5.9 に示す。ラマン遷移によって Yb 原子が分子となり、プローブされる原子数が減少する。

スペクトルの中心周波数は、ライトシフトの影響を受けたものである。bound-bound カップリングのライトシフトがラマンスペクトルにおいて dominant であるから、ライトシフト δ_{LS} は、

$$\delta_{LS} = \beta \left(\frac{I_1}{\Delta_d + f_1 - f_2} + \frac{I_2}{\Delta_d} \right), \quad (5.1)$$

と表される。ここで、 β は Frank-Condon factor に関する定数であり、 I_1, I_2 はそれぞれレーザー光 L_1, L_2 の強度を表す。

$I_1, I_2, \Delta_d, (f_1 - f_2)$ の値はそれぞれ誤差がある。それらを $\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta(\Delta_d), \Delta(f_1 - f_2)$ とおくと、ライトシフト δ_{LS} の誤差 $\Delta(\delta_{LS})$ は、

$$\begin{aligned} \Delta(\delta_{LS})^2 = & \left(\frac{\partial(\delta_{LS})}{\partial I_1} \Delta I_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial(\delta_{LS})}{\partial I_2} \Delta I_2 \right)^2 \\ & + \left(\frac{\partial(\delta_{LS})}{\partial \Delta_d} \Delta(\Delta_d) \right)^2 + \left(\frac{\partial(\delta_{LS})}{\partial (f_1 - f_2)} \Delta(f_1 - f_2) \right)^2, \end{aligned} \quad (5.2)$$

と表される。 $\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta(\Delta_d), \Delta(f_1 - f_2)$ の要因を表 5.1 に示す。 Δ_d, I_1 と I_2 のいくつかの組み合わせで得た δ_{LS} を図 5.10 に示す。縦軸は共鳴周波数を、横軸はライトシフ

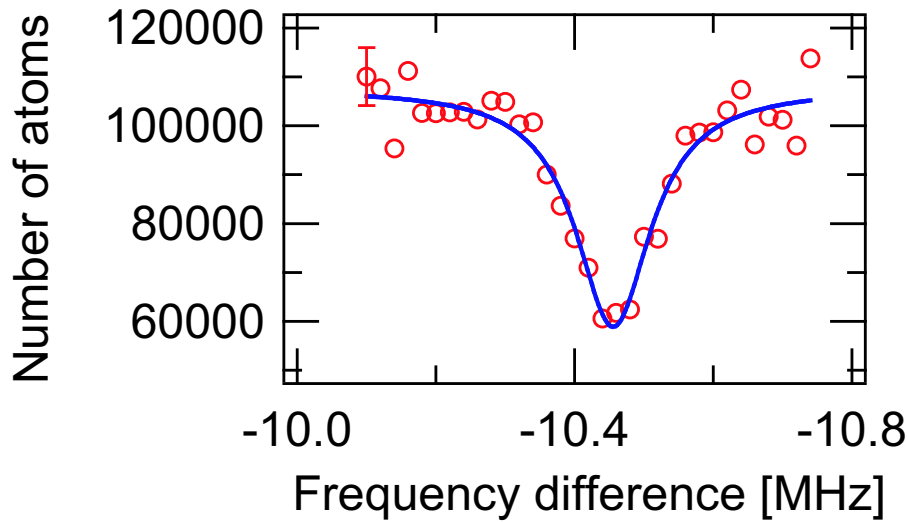


図 5.9 $^{174}\text{Yb}_2$ 分子の、Raman spectroscopy を用いた、 $v = 1, J_g = 0$ 状態の 2 光子光会合スペクトル。約 $1 \mu\text{K}$ の温度で測定した。縦軸は光会合用レーザーを照射した後に光トラップ中に残った原子数を、横軸は 2 色の光会合用レーザー光の周波数差をそれぞれ表している。縦方向のエラーバーは原子数の揺らぎを表している。スペクトルの中心周波数を決めるために実線で示すローレンツ関数でデータをフィッティングした。

表 5.1 ライトシフトの大きさを決めるパラメータの揺らぎとその要因。

パラメータ	要因
$\Delta I_1, \Delta I_2$	光会合用レーザー光の強度の揺らぎ
$\Delta(\Delta_d)$	電子励起状態の振動準位における中心周波数の誤差
$\Delta(f_1 - f_2)$	2 光子光会合スペクトルの中心周波数の誤差

ト δ_{LS} をそれぞれ表す。縦軸のエラーバーは、共鳴周波数と温度の不確定さを横軸のエラーバーは表 5.1 に示した要因による δ_{LS} の不確定さをそれぞれ表す。図中の実線はデータをフィットした線形関数である。フィッティングはエラーバーを考慮して行った。カイ二乗を自由度で割った換算カイ二乗を算出しその確率を求めた。5%の有意水準を考えていたが、求めた確率は 80%以上であった。この結果から、式 (5.1) を仮定し解析を行う事は妥当であると言える。この線形関数の切片から、 $\delta_{LS} = 0$ 、つまりライトシフトのない共鳴中心周波数を得た。

このライトシフトの他に温度によるシフトを考慮する必要がある。また、FORT 光によるトラップ中で光会合を行っているので、FORT 光によるライトシフトの可能性も

ある。これらについての詳細は第6章にて説明する。その温度によるシフトを考慮して、 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた2光子光会合によって、基底状態における分子ポテンシャルの最浅準位を $10.597 \pm 0.059\text{MHz}$ と決定した。

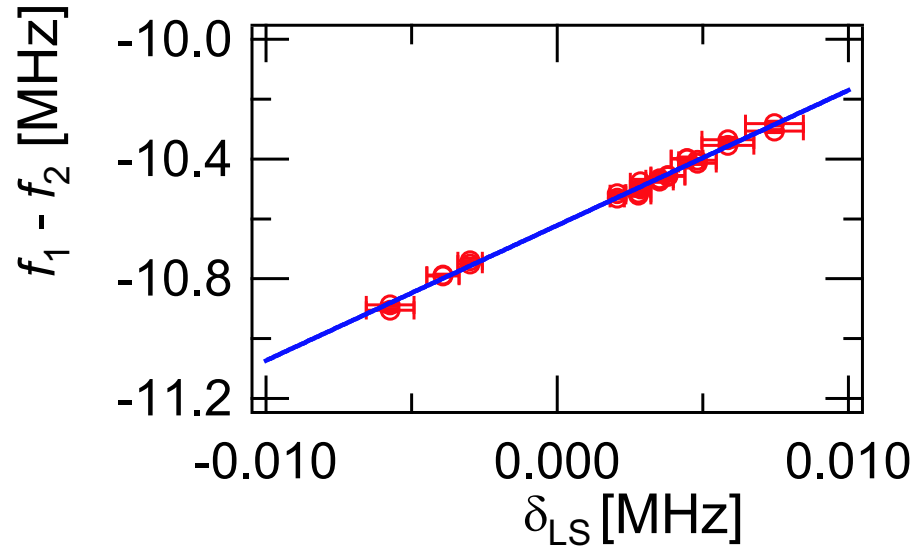


図 5.10 δ_{LS} の関数として、共鳴位置 $f_1 - f_2$ を示した。縦方向のエラーバーは共鳴の中心周波数の不確定さ、 $\Delta(f_1 - f_2)$ を表している。水平方向のエラーバーは、 $\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta(\Delta_d), \Delta(f_1 - f_2)$ を含んでいる。データを線形関数でフィットした結果を、実線で示している。

第 6 章

$^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合

この章では、スピン禁制遷移である $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合について述べる。まず、Yb 原子における $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 1 光子光会合の結果を示す。本研究の最大の目的である s 波散乱長の決定に必要な 2 光子光会合の実験を行うためには、まず始めに 1 光子光会合の信号を得る必要がある。次に、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合の結果を示す。前章の $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合では ^{174}Yb のみを分光出来たが、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合では 6 つの同位体について分光することに成功した。

6.1 1 光子光会合

冷却原子を用いた光会合の研究は多くの場合、双極子許容遷移を用いて行われてきた。例えば、アルカリ原子の場合は $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2,3/2}$ 遷移が用いられ、アルカリ土類原子の場合は $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移が用いられ、準安定 He の場合は $^3S_1 \rightarrow ^3P_{0,2}$ 遷移が用いられてきた。双極子許容遷移が広く用いられた理由として、線幅が広く、実験的に比較的容易に到達できる温度である数百 μK 程度の原子集団を用いた場合でも熱的分布による線幅の広がりへの影響が少ないことが挙げられる。このように双極子許容遷移を用いて行われた光会合であるが、光会合の重要な応用例の一つとして、光会合を用いて散乱長を制御する所謂、optical Feshbach resonance が行われている。しかし双極子許容遷移を用いた光会合では実用的なオーダーで散乱長を変化させる場合において、線幅の広さ故にトラップした原子の多くをロスしてしまうという欠点がある。その原子のロスを回避するには、より線幅の狭い遷移を用いればよい。2004 年に Julienne らのグループによって提唱されたスピン禁制遷移を用いた光会合 [33] は線幅が細く、双極子許容遷移を用いた光会合と比較して optical Feshbach resonance における原子数のロスを抑えることが出来ると期待される。さらには線幅の細さから、解離極限近傍の振動回転準位も高分解能に測定できると期待される。

本研究で用いた Yb 原子には、スピン禁制遷移である $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移がある。初めて Yb 原子を用いて行った光会合は、双極子許容遷移である $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いており、

原子集団の温度は約 $100\mu\text{K}$ であった [34]。しかし、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移は遷移確率が比較的低いので、より高密度な原子集団を用意する必要がある。さらに、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移は線幅が細く、 $100\mu\text{K}$ 程度の原子集団を用いるとその熱的分布による線幅の広がり (数百 kHz) が問題となるので、より低温な原子集団を用いる必要がある。以上の条件を満たすために交差型光トラップ中の極低温 Yb 原子集団を用意し、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合を行った。

6.2 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合の実験配置

原子集団を冷却し、その原子数と温度を測定する手法は 4.2 節で述べた場合と同様である。ここでは $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合に用いるレーザー光について述べる。 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移に必要なレーザー光の波長は 556nm である。実験で用いる MOT は $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いたものであり当然その波長は 556nm であるので、そのレーザー光を利用する事が出来る。光会合用レーザー光を照射する時には原子集団は光トラップに移行されているので、タイムシークエンス的にも転用は問題ない。そこで、MOT 用レーザー光のスイッチングをパス中の AOM で行い、そのプラス 1 次光を MOT 用レーザー光として、その 0 次光を光会合用レーザー光として用いる事とした (図 6.1)。光会合用レーザー光は、スイッチング用の AOM0 を通過した後、周波数変調行うシステムを通る。AOM1 の部分はダブルパスになっている。AOM2 と AOM3 は必要に応じて付け加えるものであり、これら 3 つの AOM の組み合わせにより様々な値の周波数変調が可能である。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた光会合の場合と異なり、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合の場合は原子の共鳴の自然幅が 182kHz と狭く、解離極限近くの振動回転準位を分光可能であり、それらの振動回転準位の分光には、数百 MHz の周波数掃印可能範囲があればよい。そのため、光会合専用にレーザー光源を用意することなく、MOT 用に周波数安定化されたレーザー光を AOM を用いて周波数変調して用いる事が可能である。この運用法に従えば、各同位体で最適条件が異なる、光トラップへの移行以前の冷却手法や光学系の設定をそのまま用いる事ができる。つまり、 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた光会合の場合と異なり実験システムの共同冷却を用いて原子集団を冷却する事も可能であるし、ゼーマン減速光の光源として、現時点で最も最適な Ti:S レーザーのシステムを用いる事ができる。

光会合用レーザー光は周波数変調のパスを通った後に光ファイバーを通り、チャンバーに入射する。そのパスを図 6.2 に示す。チャンバー入射前に光会合用レーザー光の強度をモニターするシステムがある。これは、光会合用レーザー光の一部をガラス板で反射し、フォトダイオードに入射させ、フォトダイオードの出力電圧から光会合用レーザー光の強度を知るものである。チャンバーに入射する光会合用レーザー光をパワーメーターにて測定し、その時のフォトダイオードの出力電圧を記録する。これを 2 つ以上の強度値で行うことにより、フォトダイオードの出力電圧と光会合用レーザー光の線形対応関数を得る事が出来る。これにより、フォトダイオードの出力電圧から光会合用レーザー光の強度を知ることが出来る。

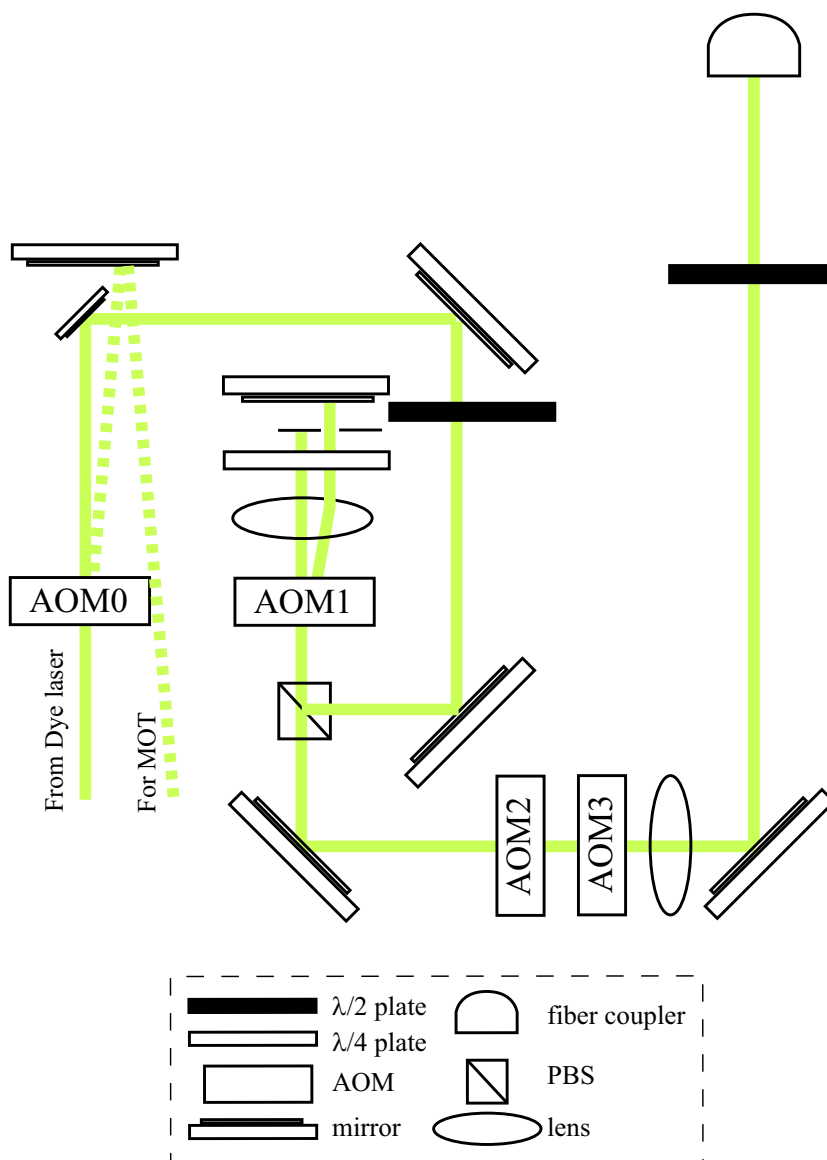


図 6.1 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 1 光子光会合用のレーザーパス。MOT 用レーザー光としての用途とを切り替えるスイッチ用 AOM0 を通過した後に、周波数変調を行うシステムを示している。“From Dye laser”以前と“For MOT”以後のパス、さらにファイバーカップラー以後は省略してある。AOM0 通過後に波線で示しているのは、MOT 用レーザー光としてのパスである。AOM1 の部分はダブルパスになっている。AOM2 と AOM3 は必要に応じて付け加えるものであり、これら 3 つの AOM の組み合わせにより、様々な値の周波数変調が可能である。周波数変調後は光ファイバーを通り、強度をモニターするシステムを通過後、チャンバーに入射する。

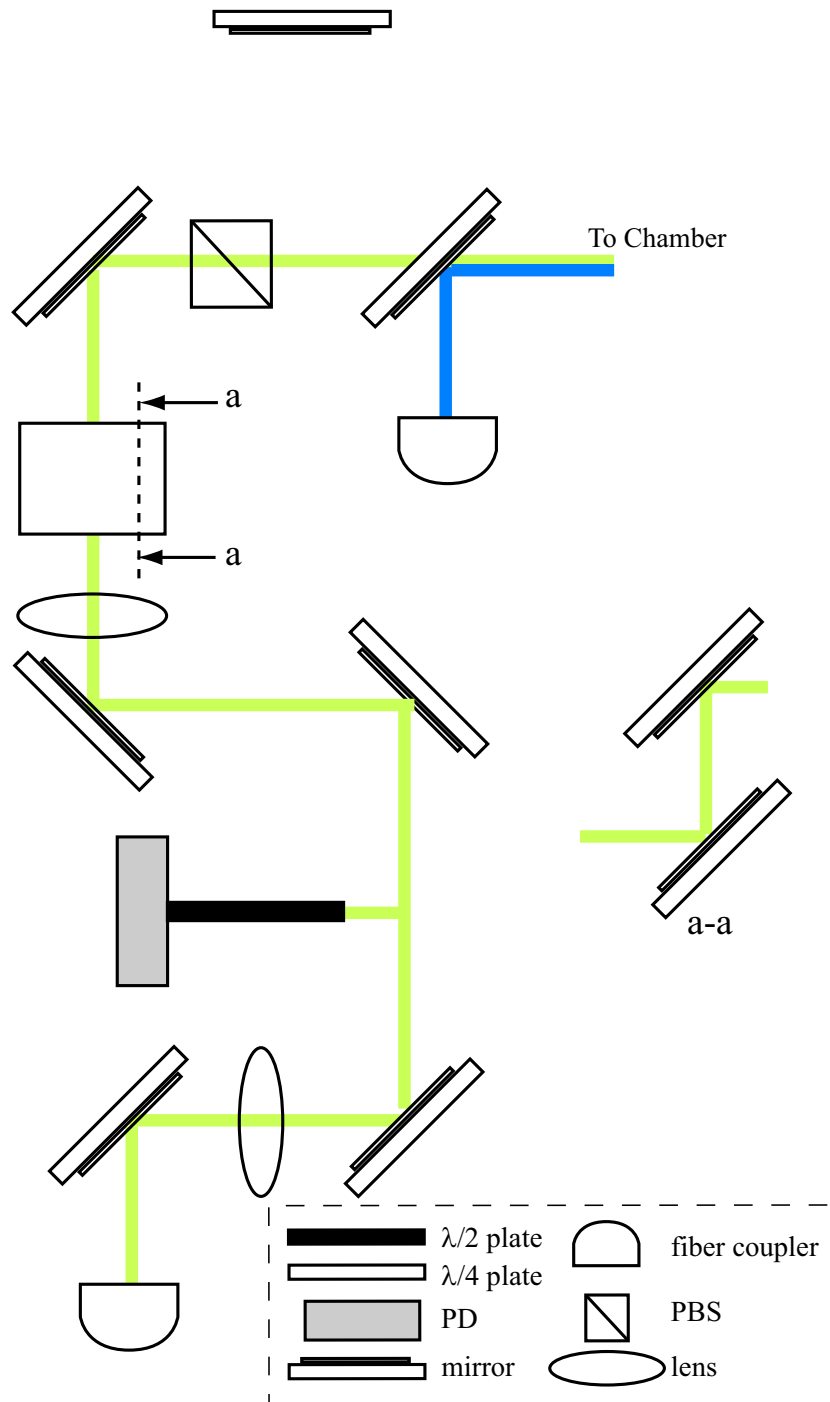


図 6.2 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 1 光子光会合用のレーザーパス。図のファイバークップラー入射後、出射したのちにチャンバーに入射するまでのシステムを示している。PD はフォトダイオードを表している。この PD の出力電圧を光会合用レーザー光の強度の指標として用いている。その手前の黒い箇所は、PD の出力電圧に迷光によるノイズが入る事を避けるために用いた黒筒である。途中、チャンバー窓の高さにパスを合わせる為にパスを打ち上げている (a-a 部)。その後、プローブ光のパスと重ね合わせてチャンバーに入射している。

6.3 結果と考察

$^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合スペクトルを得ることに成功した。共同冷却を用いて原子集団を冷却する事が可能である事、ゼーマン減速光の光源として現時点で最も最適な Ti:S レーザーのシステムを用いる事が出来た事もあり、存在比が低く MOT が生成が困難である ^{168}Yb を除く同位体 ^{170}Yb 、 ^{171}Yb 、 ^{172}Yb 、 ^{173}Yb 、 ^{174}Yb 、 ^{176}Yb について光会合スペクトルを得ることが出来た。光会合スペクトルを得た同位体は、電子励起状態のポテンシャルエネルギーの形成の点から大きくボソン (^{170}Yb 、 ^{172}Yb 、 ^{174}Yb 、 ^{176}Yb) とフェルミオン (^{171}Yb 、 ^{173}Yb) に分けることが出来る。まずは、 ^{174}Yb を例にボソンからその結果を示す。次に、 ^{171}Yb を例にフェルミオンの実験結果を示す。

6.3.1 ボソン

^{174}Yb を用いた光会合について、得られたスペクトルを図 6.3 に示す。 0_u^+ 状態の振動回転準位の光会合信号を 13 個観測することに成功した。測定に用いた原子集団の温度は約 $4 \mu\text{K}$ である。用いた光会合用レーザー光の強度は $6.5 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ から $69 \text{mW}/\text{cm}^2$ である。得られたスペクトルの線幅の典型的な値は 1MHz 以下である。これは、双極子許容遷移を用いた光会合と比較して非常に細い。また、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた光会合は、その自然幅の細さから解離極限近傍の振動回転準位を分光することができる。今回得たスペクトルでは、最も浅いもので解離極限から約 3MHz の振動準位を分光した。しかし、解離極限近傍では光会合用レーザー光の周波数が原子の $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移の共鳴周波数と近くなり、photon scattering rate が高くなる(付録 D)。この為、原子共鳴の photon scattering rate による原子ロスと光会合信号による原子ロスが、光会合信号の判別がつく程度に最適化する事が肝要となる。

得られたスペクトルの同定を行った。Yb 原子は基底状態 (1S_0) において、全電子スピンのゼロであるので、 $^1S_0 + ^1S_0$ 状態に漸近する分子ポテンシャルの取り得る電子状態は $^1\Sigma_g^+$ のみとわかる。また、電子励起状態 $^1S_0 + ^3P_1$ に漸近するポテンシャルは 0_u^+ である。これを図に表すと図 6.4 となる。遷移する際の選択則は、基底状態と励起状態の全角運動量をそれぞれ J_g と J_e として、 $\Delta J = |J_g - J_e| = 1$ である。以上を模式的に描くと、図 6.5 のようになる。 s 波散乱過程での光会合からは $J_e = 1$ の回転状態の分子が、 d 波散乱過程での光会合からは $J_e = 1, 3$ の回転状態の分子が生成される。これはボソンであるすべての Yb 同位体に適用できる。図 6.3 に示したスペクトルは、約 $4 \mu\text{K}$ で得られたものであるが、この温度領域では s 波散乱が支配的であると考えられる。つまり、図 6.3 のスペクトルは、 $J_g = 0$ から $J_e = 1$ の状態への遷移であると考えられる。

図 6.6 は得られたスペクトルの中心周波数 ($\Delta(v)$) を対応する振動準位 v に対して示したものである。ここで $\Delta(v)$ は $^1S_0 + ^3P_1$ を基準としたものである。また、振動準位 v を決定するため式 (3.42) を用いた。この式 (3.42) から v_d をフィッティングパラメータ

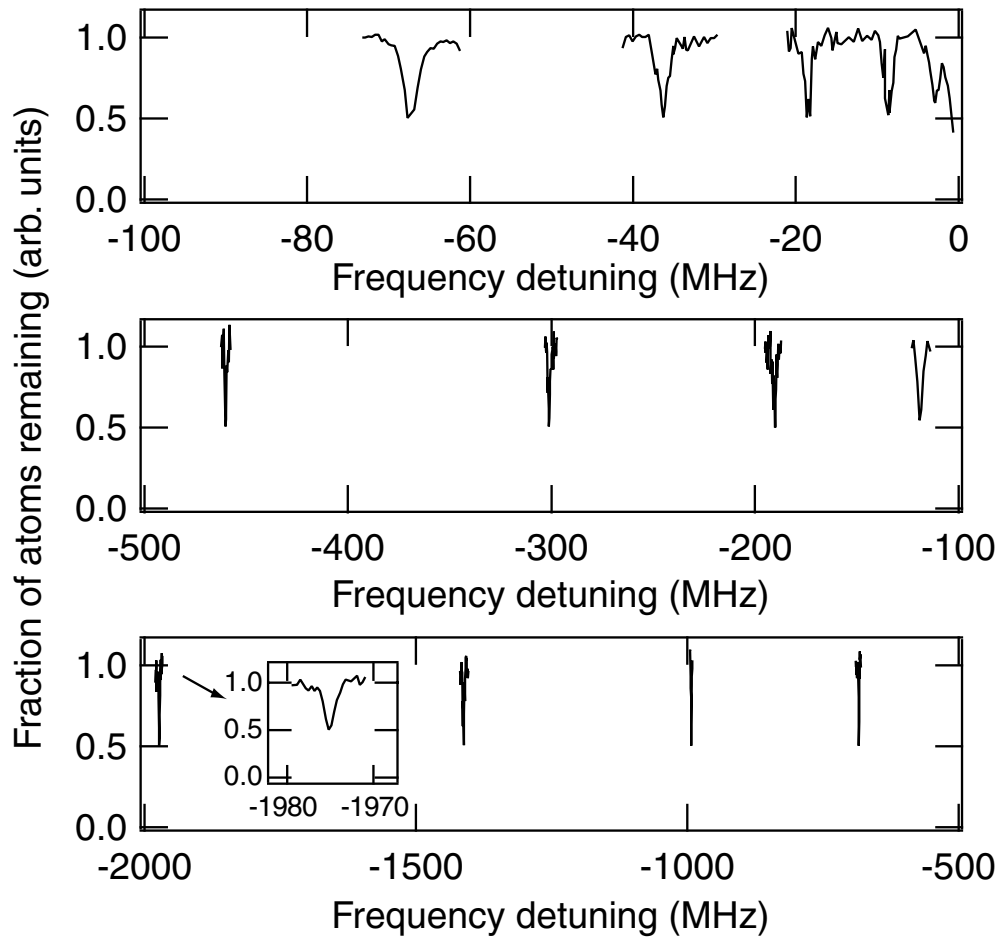


図 6.3 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた ^{174}Yb 原子の光会合スペクトル。原子集団の温度は約 $4 \mu\text{K}$ 。用いた光会合用レーザー光の強度は $6.5 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ から $69 \text{mW}/\text{cm}^2$ 。解離極限から red-detuning で約 2GHz までの光会合スペクトルを観測した。 2GHz 近傍の光会合スペクトルを拡大して示してある。

として決定し、各スペクトルの振動準位 v_d は 7 から 19 であると同定した。

約 $4 \mu\text{K}$ の原子集団を用いた光会合では s 波散乱由来のスペクトルのみを得たが、約 $25 \mu\text{K}$ で同様に光会合の信号を得ると約 $4 \mu\text{K}$ での信号に加えてもう一つ、原子数の減少によるピークが観測される。これは、温度が高くなる事により s 波散乱過程での光会合に加えて d 波散乱過程での光会合の信号が観測された事による。

他のボソン同位体である、 ^{176}Yb 、 ^{170}Yb 、 ^{172}Yb についても同様に光会合のスペクトルを得た。 ^{176}Yb は蒸発冷却の効率が悪く、単独では高密度かつ低温の原子集団を得ることが難しい事が経験的に分かっていた。この為、 ^{174}Yb と共同冷却することにより低温かつ高密度の原子集団を作り出し [41]、光会合スペクトルを得る事に成功した。 ^{170}Yb は単独での蒸発冷却で BEC を達成している同位体である [10]。このため、比較的容易に光会合に必要な、低温かつ高密度な原子集団を用意する事が出来、光会合スペクトルを得た。 ^{172}Yb は蒸発冷却の効率が悪く、高密度な原子集団を得ることが困難であったが、光会合

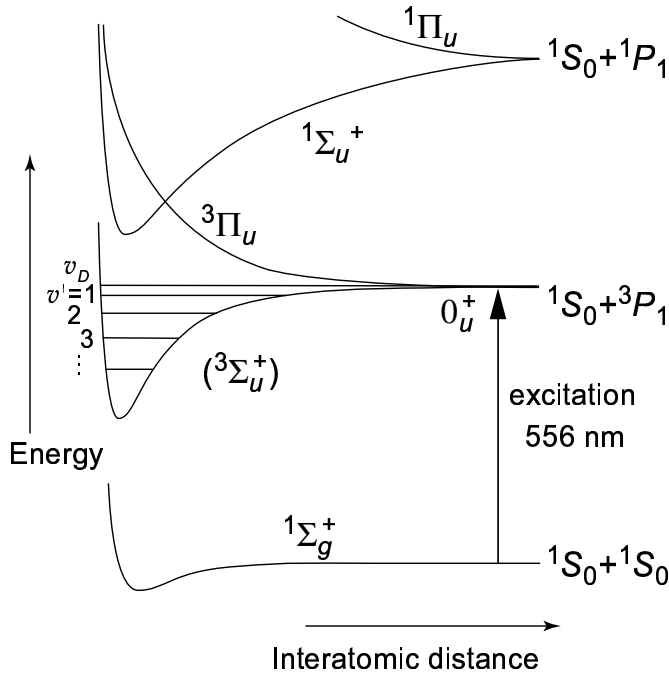


図 6.4 $^{174}\text{Yb}_2$ のポテンシャル。556nm の光会合用レーザー光によって、基底状態 (1S_0) にある 2 つの原子が、 $^1S_0 + ^3P_1$ に斬近する 0_u^+ 状態へと励起される。

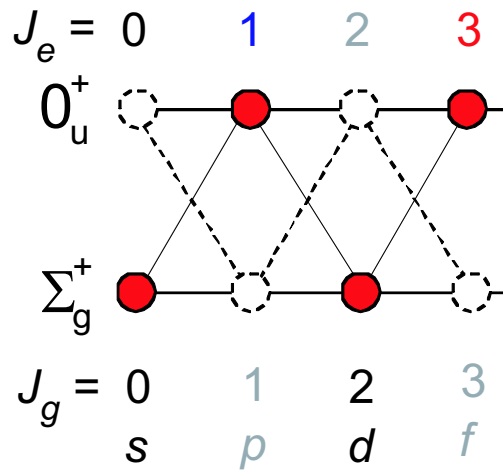


図 6.5 ^{174}Yb における $^1\Sigma_g^+$ 状態から 0_u^+ 状態に遷移する際の選択則。 J_g と J_e はそれぞれ基底状態と励起状態の全角運動量を表す。 J_g の値の下に記した s,p,d,f は、それぞれ s 波、p 波、d 波、f 波の衝突を表している。選択則は $\Delta J = |J_g - J_e| = 1$ であり、またボソンの統計生から、図の実線の遷移のみが可能である。

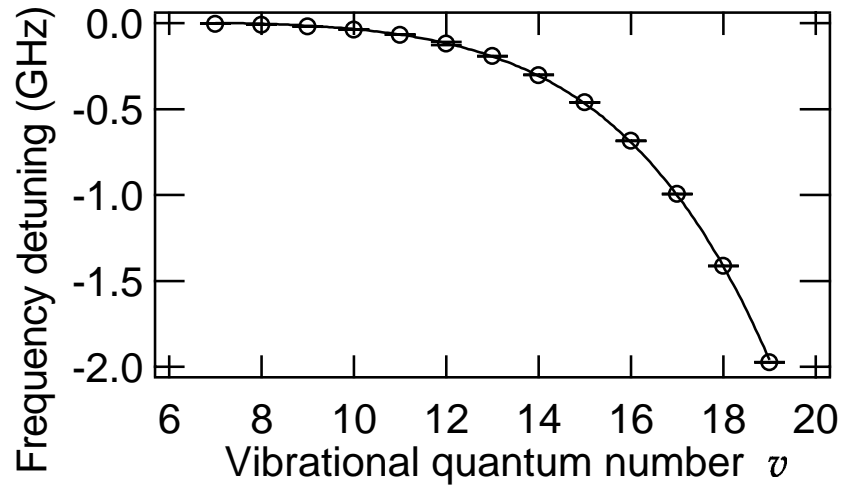


図 6.6 振動量子数 v の関数として、光会合の共鳴周波数を表す。 v は 7 から 19 である。実線は式 (3.42) を用いたフィッティングである。

用レーザー光の強度を最適化する事により、光会合スペクトルを得る事が出来た。以上の結果を表 6.1 に示す。なお、 ^{168}Yb は存在比が小さく MOT が困難なため、今回は測定出来なかった。

表 6.1 ^{170}Yb , ^{172}Yb , ^{174}Yb , ^{176}Yb を用いた光会合信号のピーク値。 v は解離極限から数えた振動準位の番号を表す。 J_e は励起状態での回転量子数を表し、観測された光会合信号のピークの解離極限からの離調 [MHz] を単位として示した。

v	^{174}Yb		^{176}Yb		^{170}Yb		^{172}Yb	
	$J_e = 1$	$J_e = 3$	$J_e = 1$	$J_e = 3$	$J_e = 1$	$J_e = 3$	$J_e = 1$	$J_e = 3$
7	3.26		5.98	4.60				
8	8.47		14.69	12.56				
9	18.52	14.97	30.23	26.17				
10	36.25	31.26	54.43	48.76				
11	67.29							
12	119.06							
13	190.19	177.73	256.6	241.4				
14	301.20	283.27	395.94	375.00	273.52	266.53		
15	459.93		592.15	565.85	411.88	389.15		
16	683.42	653.51	865.8	831.29	618.22			
17	992.57		11237.88				789.37	
18	1411.58	1364.92						
19	1972.36	1916.66						

6.3.2 フェルミオン

核スピンの $1/2$ の ^{171}Yb と核スピンの $5/2$ の ^{173}Yb の、2 種類の同位体がある。核スピンの存在のため、ボソンとは異なる物理量が分子の電子状態を表すよい量子数となる。 ^{171}Yb の光会合に関して説明した後に、 ^{173}Yb の光会合の結果を概観する。

^{171}Yb の光会合

ボソンの同位体と異なり、 ^{171}Yb は核スピンの 0 ではなく $1/2$ である。この為、 ^{171}Yb における電子励起状態での分子状態はボソンのそれと異なったものとなる。電子基底状態において、 ^{171}Yb の原子対は以下のように表すことが出来る、

$$\{|g\rangle\} = |(^1S_0)\rangle_1 |(^1S_0)\rangle_2 |I_g, \Phi_g\rangle_{nucl}. \quad (6.1)$$

ここで、添え字 1 と 2 は原子対の一つと残り一つをそれぞれ表す番号であり、全核スピン I_g の分子軸への射影を Φ_g として $|I_g, \Phi_g\rangle_{nucl}$ は核スピンの波動関数を表す。この時、電子励起状態における分子状態を次の $|\alpha\rangle$ と $|\beta\rangle$ で表せて、

$$|\alpha\rangle = \frac{|(^3P_1)f, \phi\rangle_1 |(^1S_0)\eta\rangle_2 + |(^1S_0)\eta\rangle_1 |(^3P_1)f, \phi\rangle_2}{\sqrt{2}}, \quad (6.2)$$

$$|\beta\rangle = \frac{|(^3P_1)f, \phi\rangle_1 |(^1S_0)\eta\rangle_2 - |(^1S_0)\eta\rangle_1 |(^3P_1)f, \phi\rangle_2}{\sqrt{2}}, \quad (6.3)$$

である。ここで、 ϕ は 3P_1 状態における原子の全角運動量 f の分子軸への射影、 η は 1S_0 状態における核スピン i の分子軸への射影をそれぞれ表す。 $|\alpha\rangle$ は原子の交換に対して symmetric であり、 $|\beta\rangle$ は原子の交換に対して antisymmetric である。 $^1S_0 + ^3P_1$ 状態に漸近する ^{171}Yb 分子の断熱ポテンシャル曲線は、式 (3.11) に核スピンによる項と van der Waals 相互作用による項を加えて、

$$H_{int} = \frac{\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 - 3d_{1z}d_{2z}}{R^3} + a_{hp}(i_1 \cdot j_1 + i_2 \cdot j_2) + V_{vdW}(r), \quad (6.4)$$

のハミルトニアンから得られる。ここで、 a_{hp} は原子の超微細結合定数で $a_{hp} = 3957\text{MHz}$ である。 i_k と j_k は原子 k ($k = 1, 2$) における核スピンと、電子の全角運動量である。 $V_{vdW}(r)$ は、電子励起状態における van der Waals 相互作用の項であり、 C_{6e}/r^6 のみに依存すると近似できる。式 (6.4) を用いて断熱ポテンシャル曲線を求めた。結果を図 6.7 に示す。原子の全角運動量が $f = 1/2$ の $^1S_0 + ^3P_1$ ($f = 1/2$) に漸近するポテンシャルと $f = 3/2$ の $^1S_0 + ^3P_1$ ($f = 3/2$) に漸近するポテンシャルがある。(a) と (b) はそれぞれ、分子状態が $|\alpha\rangle$ の場合と $|\beta\rangle$ の場合である。図中の $|\Phi_e|$ は付録 A.2 における $|\Phi_e|$ である。(a) における $|\Phi_e| = 0$ のポテンシャルと (b) における $|\Phi_e| = 1$ のポテンシャルは purely long-range ポテンシャルと呼ばれるものである。purely long-range ポテンシャルの可能性は約 30 年前に議論されており [42, 43]、冷却原子を用いた光会合によってアル

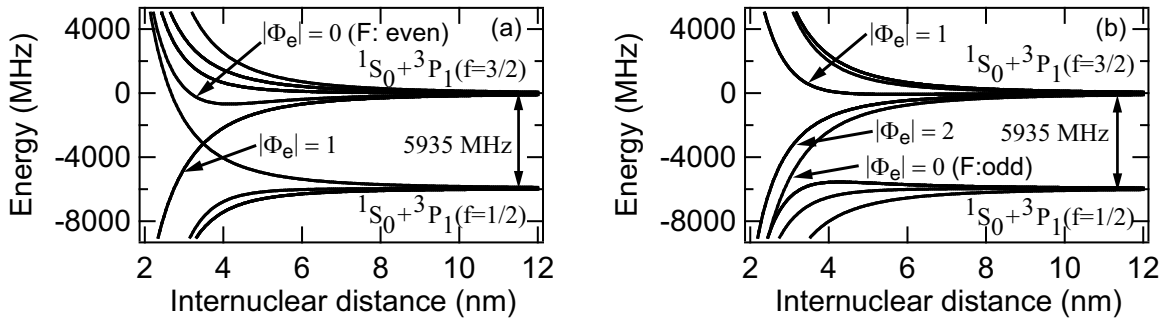


図 6.7 $^1S_0 + ^3P_1(f=1/2)$ と $^1S_0 + ^3P_1(f=3/2)$ の解離極限に漸近する断熱ポテンシャル。(a) と (b) はそれぞれ、 $\{|\alpha\rangle\}$ を用いて計算した断熱ポテンシャルと $\{|\beta\rangle\}$ を用いて計算した断熱ポテンシャル。

カリ原子 [44, 45, 46, 47, 48, 49] や準安定ヘリウム [50] を用いて測定されている。それらはスピン-軌道相互作用と双極子相互作用によって形成されているものであるが、今回は超微細相互作用と双極子相互作用によって形成される。

^{171}Yb の光会合実験はボソンの場合と同様の手順で行った。まず始めに $25\mu\text{K}$ の温度で得たスペクトルを図 6.8 に示す。解離極限 ($^1S_0 + ^3P_1(f=3/2)$) より 200MHz から

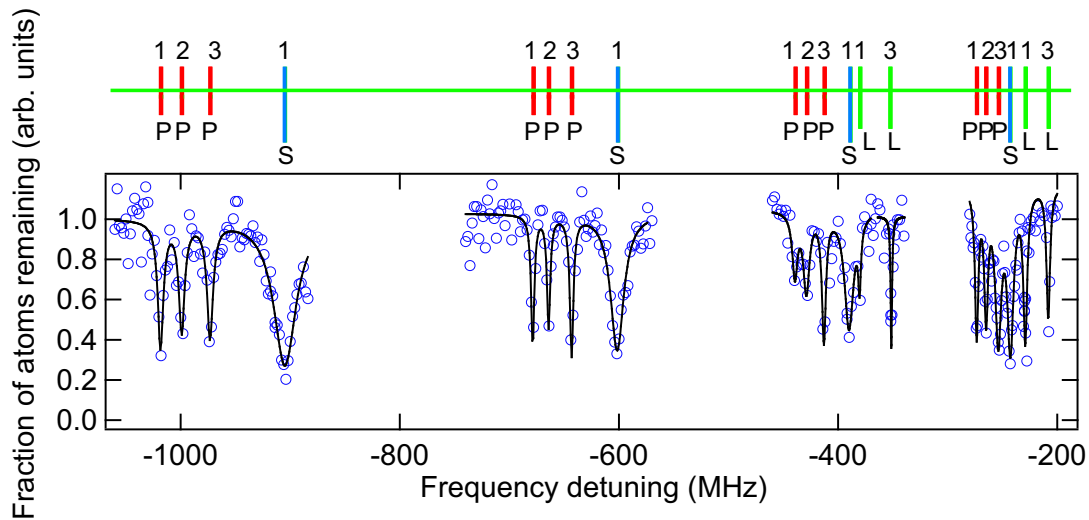


図 6.8 ^{171}Yb の光会合スペクトル。 $25\mu\text{K}$ の温度で測定した。縦軸はトラップに残った原子の割合を表す。横軸は解離極限からの離調周波数を表し、実線はローレンチアンでのフィッティング結果である。解離極限 ($^1S_0 + ^3P_1(f=3/2)$) より 200MHz から約 1000MHz の範囲内に 20 個のピークを得た。グラフ上に示す S, P はそれぞれ s 波衝突、p 波衝突由来の信号を表し、L は purely long-range ポテンシャル由来の信号を表す。また、その上の数字 1, 2, 3 は、分子の全角運動量の量子数 T である。

約 1000MHz の範囲内に 20 個のピークを得た。 $25\mu\text{K}$ では s 波散乱に加えて p 波散乱も考慮に入れる必要がある。 500MHz 付近までは 6 つの連続したスペクトルが 2 回見られ

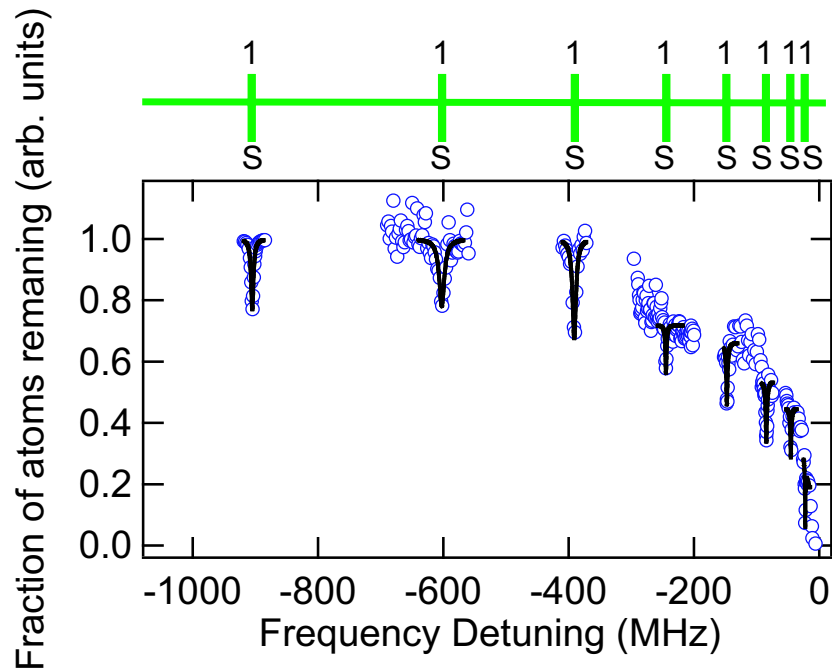


図 6.9 ^{171}Yb の光会合スペクトル。2 μK の温度で測定した。縦軸はトラップに残った原子の割合を表す。横軸は解離極限からの離調周波数を表し、実線はローレンチアンでのフィッティング結果である。解離極限 ($^1S_0 + ^3P_1(f = 3/2)$) から約 900MHz の範囲内に 8 個のピークを得た。グラフ上に示す S は s 波衝突由来の信号を表す。また、その上の数字 1 は、分子の全角運動量の量子数 T である。

たが、600MHz 付近以降は連続して 4 つスペクトルとなっている。これは、前者の中に、ポテンシャル深さの浅い purely long-range ポテンシャル由来のスペクトルが含まれているためと考えられる。ここで、s 波散乱のみを考えればよい温度領域でスペクトルを得ることが出来れば、スペクトルの同定が比較的容易になる。そこで、s 波散乱のみが起こると考えられる 2 μK にて再度光会合実験を行った。結果、図 6.9 に示すように、解離極限 ($^1S_0 + ^3P_1(f = 3/2)$) より約 900MHz の範囲内に 8 個のスペクトルを得ることが出来た。この 8 個のスペクトルは、s 波散乱からのスペクトルである。25 μK で得られていたスペクトルの内 2 μK で得られてないスペクトルは p 波由来のスペクトルであると考えられる。

ここで、選択則として以下の 4 点を考慮する。ただし、分子の全角運動量の量子数を T とし、添え字 e, g はそれぞれ電子励起状態と電子基底状態を表す。

1. 分子状態 $|\alpha\rangle$ は p 波散乱から、 $|\beta\rangle$ は s 波散乱から遷移可能である。
2. $T_e \geq \Phi_e$ を満たす。
3. $|T_e - T_g| \leq 1$ を満たす。
4. $|\Phi_e - \Phi_g| \leq 1$ を満たす。

以上の選択則を図 6.10 にまとめた。これから、図 6.8 と図 6.9 のスペクトルの同定を

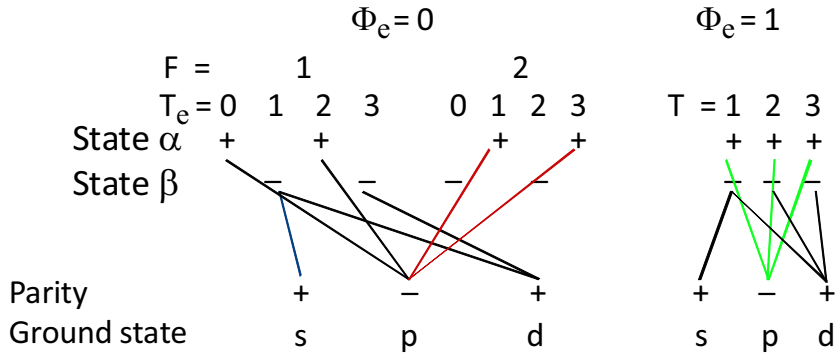


図 6.10 ^{171}Yb の光会合における選択則。 F は原子の全角運動量、 T は分子の全角運動量の量子数を表す。

行った。図中のスペクトルの上にある S、P はそれぞれ s 波、p 波由来のスペクトルを表し、L は purely long range ポテンシャルの振動回転準位への遷移由来のスペクトルを表している。図 6.9 にて測定された s 波由来の信号は、図 6.7(b) における $|\Phi_e| = 0$ のポテンシャルの振動回転準位である。図 6.8 にて測定された P で示された信号は、図 6.7(a) における $|\Phi_e| = 1$ のポテンシャルの振動回転準位であり、 $T_e = 1, 2, 3$ の三つが測定された。さらに、L で示された信号は図 6.7(a) における $|\Phi_e| = 0$ の purely long-range ポテンシャル由来の信号である。この超微細相互作用と双極子相互作用によって形成される purely long-range ポテンシャルのスペクトルは、本実験にて世界で初めて得られたものである。

^{173}Yb の光会合

フェルミ縮退が達成されている同位体であり、核スピン $I = 5/2$ をもつ。 ^{171}Yb と同様に実験を行い、解離極限から約 500MHz から 1000MHz 離調した範囲でスペクトルを得た。結果を図 6.11 に示す。今回、詳しい分光は行わなかったが、後の 2 光子光会合に必要な励起状態の信号として、s 波衝突由来の信号のみとなる温度 $1\mu\text{K}$ で解離極限から -791MHz 離調した位置に信号を得ている。

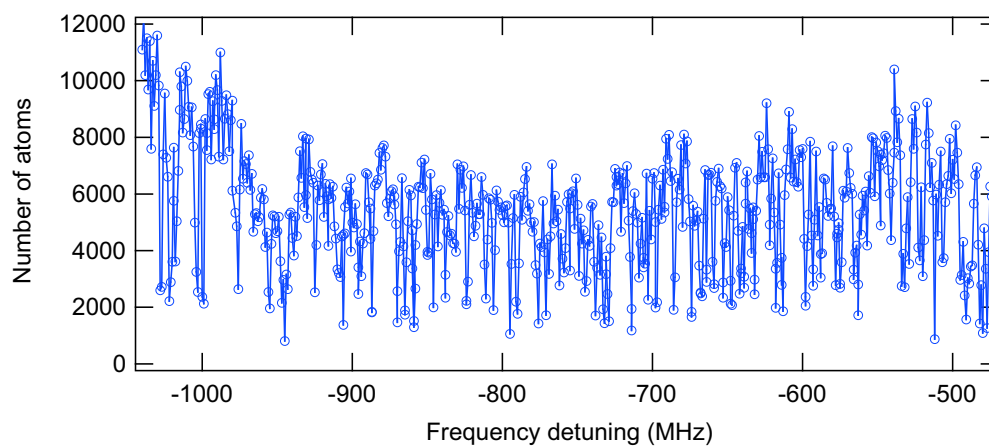


図 6.11 ^{173}Yb の光会合。約 $6\mu\text{K}$ で測定した。解離極限から約 500MHz から 1000MHz 離調した範囲でスペクトルを得た。

6.4 2光子光会合

本研究の目的は、Yb 原子におけるすべての同位体の s 波散乱長を決定する事である。本研究で用いた実験系では $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移の光会合光を用意した場合、ゼーマン減速光を Injection Lock に変えざるを得なくなりゼーマン減速光の強度が不足するので、 ^{174}Yb を除いて冷却時の初期原子数を十分な数用意することができない。また、Injection Lock によるシステムでは共同冷却に必要な周波数の切り替えをゼーマン減速光において行えない。そして、光会合スペクトルをとるために必要な程度、十分低温かつ多数の原子を用意する事が不可能となる。そのため、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合を行う必要がある。 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合ならば共同冷却が可能であり、 ^{168}Yb を除いた同位体で光会合スペクトルを得るために必要な程度に十分低温かつ多数の原子を用意することができる。

6.5 実験法

2 光子光会合を行う為には、周波数差を変化させる事のできる 2 本のレーザー光が必要である。6.2 で述べた $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 1 光子光会合の実験配置に改良を加えて、これを可能にした。その 2 光子光会合の実験配置の概略図を図 6.12 に示す。周波数安定化された Dye laser からの光を PBS で 2 本に分ける。分けられたそれぞれのレーザー光はダブルパスを通り周波数変調される。そして、PBS を用いてまた 2 本のレーザー光のパスを揃え、光ファイバーに入射させる。この時、互いに垂直に交わる偏光面をもった 2 本のレーザー光の重ね合わせとなっている。光ファイバーを出射後、PBS を通して 2 本のレーザー光の偏光面を一致させ、冷却原子に照射する。PBS を通過するレーザー光の強度が最大となるように、PBS 入射前に設置した $\lambda/2$ 板の角度を最適化している。ファイバー出射後の 2 光子光会合用レーザー光のパスは 1 光子光会合用レーザー光のパスと同一であるので、実験シーケンスは 1 光子光会合の場合と同じものを用いる事が出来る。それゆえ、2 光子光会合の実験を行う際の原子の冷却や原子数と温度の測定方法は、他の実験と同様である。

6.6 実験結果

$^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合の試みは初めてのものであった。しかし、7 種類存在する Yb 同位体のうち、 ^{174}Yb は $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合によって、基底状態の振動回転準位 ($v=1, J_g=0$) の解離極限からの離調がすでに分かっている。2 光子光会合に用いる電子励起状態の準位が異なるだけで、当然電子基底状態の準位は同じであるから、 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合の情報をもとに $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合信号を探索することにした。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合で観測出

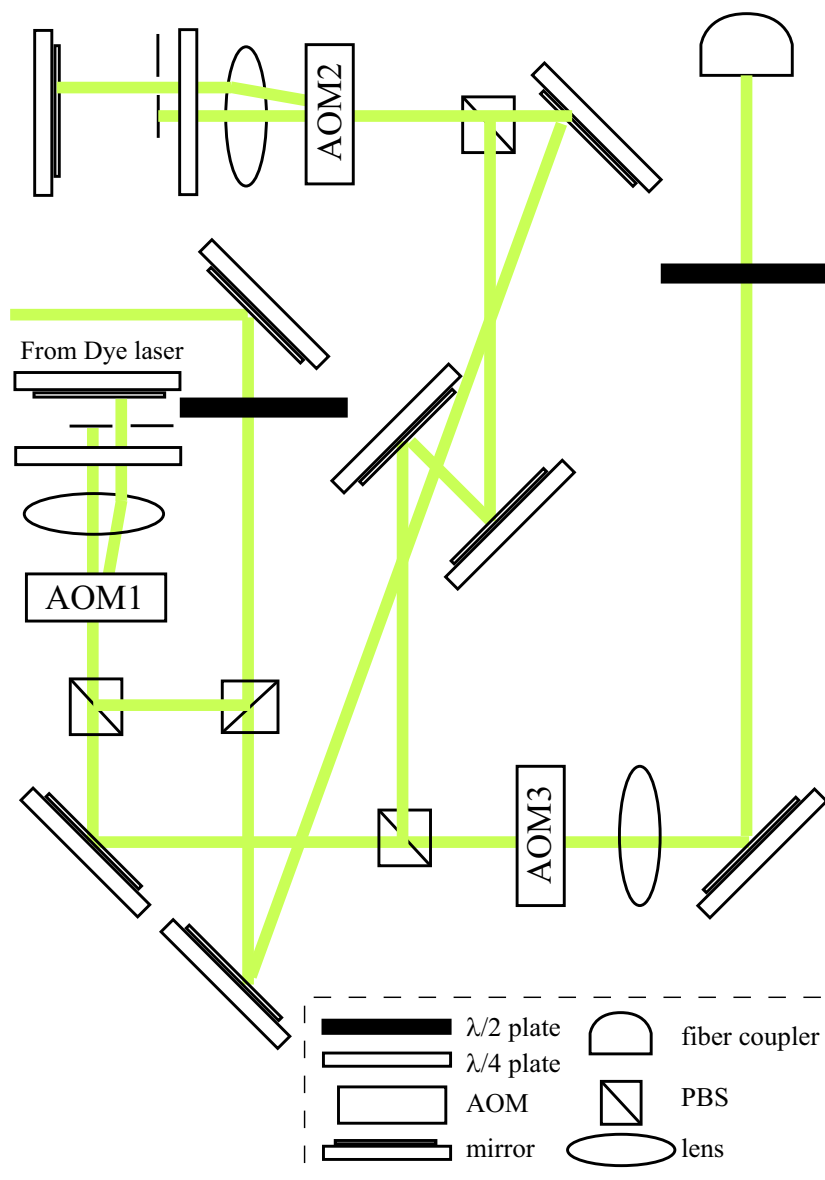


図 6.12 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合用のレーザーパス。

来たのは ^{174}Yb のみであったので、まずは ^{174}Yb を用いて $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合の信号を探索した。その結果、信号を得ることに成功した。先に述べたように、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いて 2 光子光会合を行う場合、1 光子光会合とほぼ同じシーケンスで行うことができる。他の Yb 同位体についても 2 光子光会合の信号を探した。得られたスペクトルを図 6.13 に示す。スペクトルの中心周波数は、ライトシフトの影響を受けたものである。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合の場合と同様に、ライトシフト δ_{LS} は式 (5.1) で表される。ここで、離調 Δ_d と強度 I_1, I_2 の典型的な値は、それぞれ 2MHz と 10 から $1000\text{mW}/\text{m}^2$ である。

$^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合と同様に、 $I_1, I_2, \Delta_d, (f_1 - f_2)$ の値はそれぞれ

表 6.2 光会合における free-bound 遷移に用いた励起状態の振動回転準位。 v_e と J_e はそれぞれ振動と回転の量子数である。 v_e は解離極限から数えている。励起状態の準位の場所は、原子の $^1S_0 - ^3P_1$ 遷移の周波数からの離調で示されている。数値の単位は MHz である。フェルミオンの場合、 3P_1 状態における原子の全角運動量が最も大きいものを解離極限としている。

isotope	v_e	J_e	position (MHz)
^{170}Yb	16	1	618
^{171}Yb			904
^{172}Yb	17	1	789
^{173}Yb			791
^{174}Yb	18	1	993
	19	1	1972
^{176}Yb	17	1	868

誤差がある。それらを $\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta(\Delta_d), \Delta(f_1 - f_2)$ とおくと、ライトシフト δ_{LS} の誤差 $\Delta(\delta_{LS})$ は、式 (5.2) で表される。 Δ_d, I_1 と I_2 のいくつかの組み合わせで得た δ_{LS} を図 6.14 に示す。縦軸は共鳴周波数を、横軸はライトシフト δ_{LS} をそれぞれ表す。縦軸のエラーバーは共鳴周波数と温度の不確定さを、横軸のエラーバーは表 5.1 に示した要因による δ_{LS} の不確定さをそれぞれ表す。図中の実線はデータをフィットした線形関数である。フィッティングはエラーバーを考慮して行った。この線形関数の切片から $\delta_{LS} = 0$ 、つまりライトシフトのない共鳴中心周波数を得た。

以上の様にライトシフトの影響を取り除いたが、スペクトルの中心周波数は温度シフトの影響も受けている。温度シフトは、 a_T を定数、 k_B をボルツマン定数、 T を温度として、 $a_T k_B T$ となる。参考文献 [23] によると定数 a_T は $3/2$ である。 $^{174}\text{Yb}_2$ の $v = 1, J_g = 0$ 状態のスペクトルを $0.5 \mu\text{K}$ から $2 \mu\text{K}$ までの温度幅で測定し、今回も定数 a_T が $3/2$ である事を実験的に確認した。結果を図 6.15 に示す。データを線形関数でフィッティングした結果、定数 a_T は 9% 以内の誤差で $3/2$ である結果を得た。この結果から、中心周波数が受ける温度シフトは $3/2 k_B T$ 依存性があるとわかる。 $3/2 k_B T$ の関係を用いて、中心周波数の補正を行った。

今回の実験は、磁気トラップなどではなく FORT 光による光学トラップによって捕獲された原子集団に対して光会合用レーザー光を照射し、光会合をおこなっている。このため、FORT 光によるライトシフトについて考察する必要がある。しかしながら、今解析の対象としている束縛準位では長距離分子となるので、分子の受けるライトシフトは原子の受けるライトシフトとなる。このため、今回の 2 光子光会合における FORT 光によるライトシフトはほぼ無視できるくらいに小さいと考えられる。さらに実験データからも、束縛エネルギーを決定するためにライトシフトの確認を行った。原子集団の冷却の最終段階では、原子集団をトラップする垂直 FORT と水平 FORT のうち水平 FORT の強度を

変化させながら蒸発冷却を行っている。図 6.15 に示した温度変化のグラフは、蒸発冷却における水平 FORT の最終強度を変化させることによって原子集団の温度を変化させて得たものである。そのため、図 6.15 のデータはライトシフトを含んだものとなっている。そこでライトシフトを見積もるため、まず参考文献 [23, 27] の理論に基づいて温度シフトが $3/2k_B T$ となるとし、図 6.15 のデータから温度シフトを差し引いた。そして、 I_{FORT} を垂直 FORT と水平 FORT の強度の和として、 $a_I I_{\text{FORT}}$ でフィッティングを行った。その結果、0.005MHz の差となり表 6.3 に示す誤差と比較して十分小さい値となった。さらに、温度依存性の係数が $3/2k_B$ でない場合を考え、 a_T と a_I をフリーパラメータとして温度と FORT によるライトシフトの式 $a_T k_B T + a_I I_{\text{FORT}}$ を用いてフィッティングを行った。この場合でも外挿による $T = 0$, $I_{\text{FORT}} = 0$ の周波数は 16kHz のずれとなり、表 6.3 の誤差内に収まる結果を得た。以上より、FORT によるライトシフトは無視できるものと考えられる。アウトラータウンズスペクトルからも同様に、2本のレーザー光によるライトシフトの影響、温度によるシフトを差し引いて中心周波数の決定を行った。

以上の結果を各同位体についてまとめたものを、表 6.3 に示す。 ^{174}Yb の $v = 1, J_g = 0$ に関して、誘導ラマン分光から求めた周波数とアウトラータウンズ分光から求めた周波数が誤算の範囲内でよく一致している。また、第 5 章において $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた 2 光子光会合から求めた ^{174}Yb の $v = 1, J_g = 0$ の周波数とも、誤差の範囲でよく一致している。

表 6.3 同種原子で形成される Yb 分子における結合エネルギー E_b の実験値と理論計算値を示す。理論計算値は第 7 章にて述べる計算値である。 J_g は基底状態での回転量子数を、 v は基底状態での解離極限から数えた振動量子数をそれぞれ表す。R と AT はそれぞれ、2 光子光会合の手法として誘導ラマン分光を用いた場合とアウトラータウンズ分光を用いた場合を表す。

isotope	v	J_g	method	E_b (MHz) experiment	E_b (MHz) theory	Difference (MHz)
^{170}Yb	1	0	R	-27.661(23)	-27.755	0.094
		2	R	-3.651(26)	-3.683	0.032
^{171}Yb	1	0	AT	-64.418(40)	-64.548	0.130
		2	AT	-31.302(50)	-31.392	0.090
^{172}Yb	1	0	AT	-123.269(26)	-123.349	0.080
		2	R	-81.786(19)	-81.879	0.093
^{173}Yb	1	0	R	-1.539(74)	-1.613	0.074
^{174}Yb	1	0	R	-10.612(38)	-10.642	0.030
		0	AT	-10.606(17)	-10.642	0.036
	2	0	R	-325.607(18)	-325.607	0.000
		2	R	-268.575(21)	-268.576	0.001
^{176}Yb	1	0	R	-70.404(11)	-70.405	0.001
		2	R	-37.142(13)	-37.118	-0.024

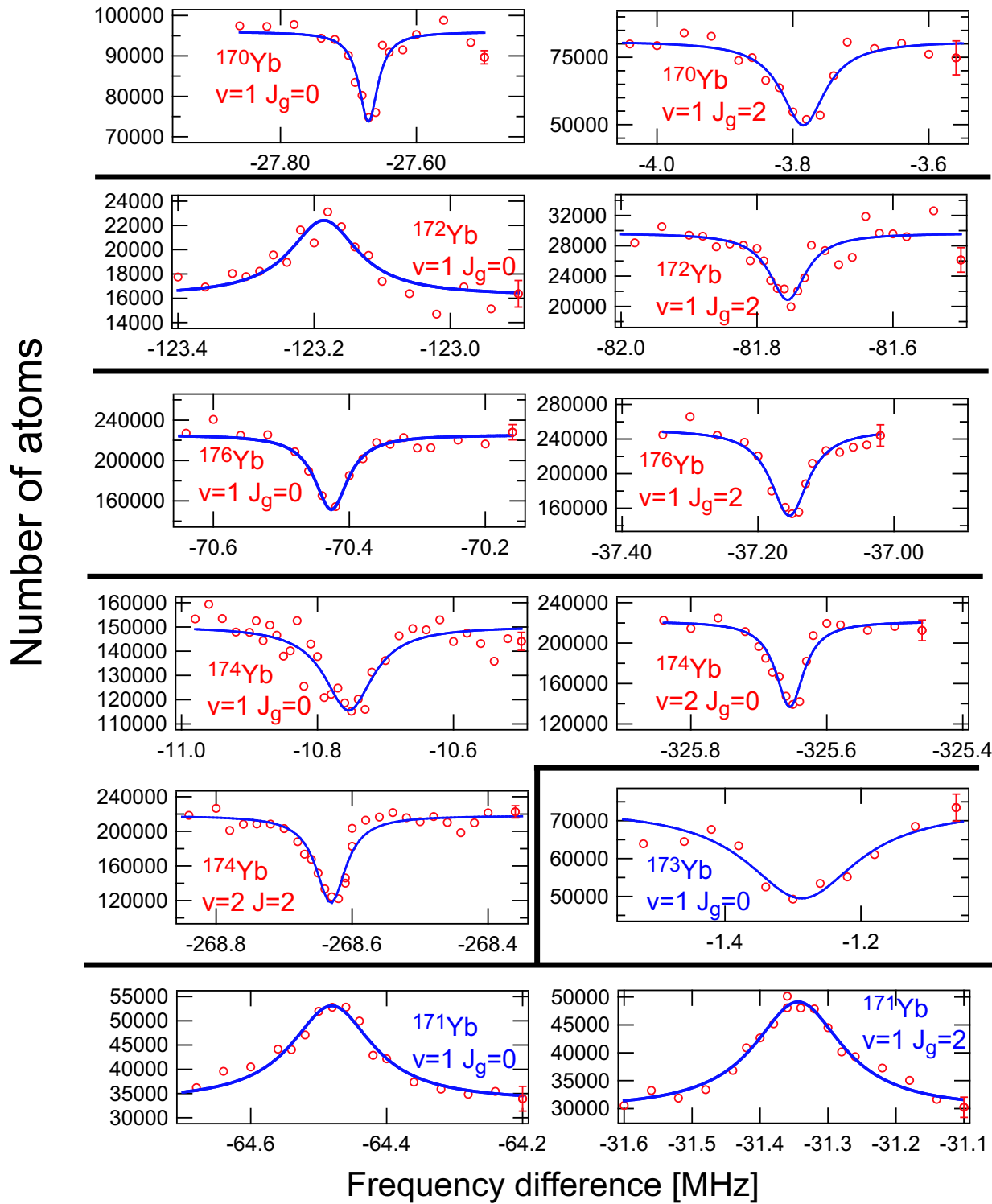


図 6.13 約 $1 \mu\text{K}$ の温度で測定した、2光子光会合スペクトル。縦軸は光会合用レーザーを照射した後に光トラップ中に残った原子数を、横軸は2色の光会合用レーザー光の周波数差をそれぞれあらわしている。縦方向のエラーバーは原子数の揺らぎをあらわしている。スペクトルの中心周波数を決めるためにローレンツ関数でデータをフィッティングした。 $^{171}\text{Yb}_2$ の $v=1, J_g=0, 2$ 状態および $^{172}\text{Yb}_2$ の $v=1, J_g=0$ 状態はアウトラータウンズ分光を用いた。その他の準位はラマン分光を用いた。

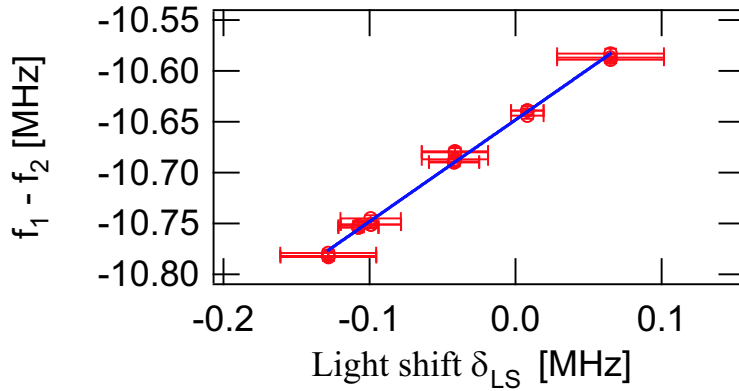


図 6.14 $^{174}\text{Yb}_2$ 分子の $v = 1, J_g = 0$ 準位の共鳴周波数 $f_1 - f_2$ を δ_{LS} の関数として表したものの。温度シフトの補正は行っていない。垂直方向のエラーバーは共鳴の中心周波数の不確定さ、 $\Delta(f_1 - f_2)$ を表している。水平方向のエラーバーは、 $\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta(\Delta_d), \Delta(f_1 - f_2)$ を含んでいる。実線に示すように、線形関数を用いてデータをフィッティングした。

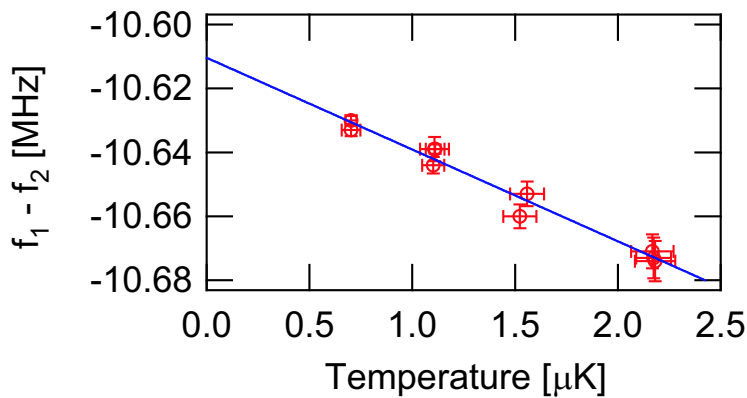


図 6.15 $^{174}\text{Yb}_2$ 分子の $v = 1, J_g = 0$ 準位の共鳴周波数 $f_1 - f_2$ を温度の関数として表したものの。ライトシフトの補正は行っていない。垂直方向のエラーバーは、スペクトル中心の不確定さ、 $\Delta(f_1 - f_2)$ によるものである。水平方向のエラーバーは温度の不確定さを表す。実線に示すように、線形関数を用いてデータをフィッティングした。

第 7 章

Yb 同位体の散乱長と質量スケール ング則

7.1 Yb 同位体の散乱長の決定

7.1.1 ポテンシャルパラメータの決定

束縛状態のエネルギーとすべての同位体の散乱長を換算質量、Born-Oppenheimer ポテンシャルを用いて決定した。ポテンシャルにおいて最浅準位の位置を決定づける部分は、長距離ポテンシャル部と、短距離ポテンシャル部である。つまり、次に示す単純なポテンシャルを用いてデータを解析する。

$$V(r) = -\frac{C_6}{r^6} \left(1 - \frac{\sigma^6}{r^6}\right) - \frac{C_8}{r^8} + B(r)J(J+1), \quad (7.1)$$

ここで、 σ は定数、 C_8 は dipole-quadrupole 相互作用に関する van der Waals 定数、 $B(r) = \hbar^2/(2\mu r^2)$ は、分子の回転の項である。式 (7.1) の第 1 項は Lennard-Jones 形式のポテンシャルであり、 σ により変化する。 C_8 はフィッティングの精度向上に導入した項である。 C_6, C_8, σ の 3 つをパラメータとすることから、式 (7.1) を three parameter モデルと呼ぶ。

シュレディンガー方程式を数値計算で解き、測定した束縛エネルギーと比較する事により、最適なポテンシャルパラメータを得る事が出来る。 $^{174}\text{Yb}_2$ の $J = 0, v = 2$ 準位および $^{176}\text{Yb}_2$ の $J = 0, v = 1$ 準位を C_6 の値と $^{174}\text{Yb}_2$ における束縛準位の数 N_{174} の決定に用いた。そして、 $^{174}\text{Yb}_2$ の $J = 2, v = 2$ 準位を C_8 の値の決定と C_6 の値をより正確にする為に加えた。それにより、 $C_6 = 1931.7 E_h a_0^6$, $C_8 = 1.93 \times 10^5 E_h a_0^8$, $\sigma = 9.0109362 a_0$, $N_{174} = 72$ という結果を得た。ただし、 $a_0 \approx 0.0529 \text{ nm}$, $E_h \approx 4.36 \times 10^{-18} \text{ J}$ である。これらのパラメータ値から、他の同位体に関しても束縛エネルギーを求める事が出来る。その結果を表 6.3 に示す。

短距離ポテンシャル、retardation 効果の寄与、高次のエネルギー分散項の詳細が不足している事を考慮して、 C_6 と C_8 はそれぞれ 2 % と 25 % の誤差があると見積もった。す

表 7.1 C_6 と C_8 の値

定数	値
C_6	$1932(30) E_h a_0^6$
C_8	$1.9(5) \times 10^5 E_h a_0^8$

表 7.2 C_6 の比較。今回得られた値は、以前の実験値又は理論計算値より小さい。

決定法	値
実験値	$1932(30) E_h a_0^6$ [今回]
実験値	$2300(250) E_h a_0^6$ [第5章]
理論計算値	$2291.6 E_h a_0^6$ [52]
理論計算値	$2062 E_h a_0^6$ [53]
理論計算値	$2567.9 E_h a_0^6$ [54]

なわち、表 7.1 を得る。

$-C_{10}/r^{10}$ 項をフィッティングの際に加えると、わずかにフィッティングが良くなる。しかし、 C_6 および C_8 の値は上記の誤差範囲内である。 C_6 はこれまでに実験的、理論的に求められてきたが、以前に得られた C_6 の値と比較すると表 7.2 となる。短距離領域のポテンシャルは pseudopotential であるが、それを用いて束縛状態数 N を正しく求める事が出来、 N を求められるのであれば正確な形状を知る必要はない。ポテンシャル深さは $D_e/h = 32469$ GHz であり、参考文献 [54] やそこにあげられている参考文献に見られる値よりも大きなものである。

表 7.2 に示されるように、単純なモデル計算によりもとめた E_b と実験によって決定した E_b は 100kHz 以下の精度で一致している。シンプルなモデル計算によって実験値と高精度に一致することから、換算質量を用いた single mass-independent potential は、同位体の違いによる束縛エネルギー計算を行うに非常によい近似であるといえる。

7.1.2 Yb 同位体の散乱長

基底状態のポテンシャルエネルギー曲線が式 (7.1) であらわされ、パラメータは先に求めたものになるとして、各同位体に合った換算質量を用いてシュレディンガー方程式を数値計算する事により、すべての同位体の組み合わせについて s 波散乱長を計算する事が可能である。求めた散乱長を、表 7.3 と 図. 7.2(a) に示す。誤差は、モデルパラメータ値の不確定さと retardation 補正によるものである。ここで求めた散乱長の値を、他の研究などで得られた値と比較する。まず、 ^{174}Yb の散乱長は第 5 章で求めた $5.53(11)$ nm と非常に良く一致している。また、 ^{173}Yb の散乱長は参考文献 [14] において thermalization experiments によって求められた値よりわずかに大きい。しかしながら、 ^{173}Yb の s 波

弾性衝突断面積は、 $E = 0$ の場合と実験で用いられた $6 \mu\text{K}$ の温度とでは、約 10 % 減少する。スピン偏極分布が均一であるという仮定が成立しない場合、実験値もより大きなものとなるはずである。

これまでに、Yb 同位体を用いて行われて来た蒸発冷却や共同冷却の結果と、ここで求めた散乱長の値から類推される蒸発冷却の振る舞いとは非常によく一致する。 ^{170}Yb , ^{173}Yb , および ^{174}Yb は蒸発冷却の効率が良く、この結果は ^{170}Yb , ^{173}Yb , および ^{174}Yb の散乱長が、それぞれ 3.4 nm, 11 nm, および 5.6 nm と比較的大きい値である事と一致している。また、 ^{171}Yb および ^{176}Yb の蒸発冷却の効率が悪いという実験結果は、 ^{171}Yb および ^{176}Yb の散乱長が、それぞれ -0.1 nm および -1.3 nm という比較的小さい値である事と一致している。さらに、 ^{172}Yb の場合、非常に速い原子数の減少が見られるが、おそらくこれは三体衝突によるものであり、 -32 nm という非常に大きな値により説明できる。一方、共同冷却の場合を考察すると、 ^{171}Yb および ^{176}Yb を、いずれも ^{174}Yb と共同冷却した際に効率良い蒸発冷却を得るという結果は、 ^{171}Yb と ^{174}Yb および ^{176}Yb と ^{174}Yb の散乱長がそれぞれ 22 nm と 2.9 nm と比較的大きな値である事と一致している。

表 7.3 Yb 同位体のすべての組み合わせに関して散乱長を求めた結果。単位は nm である。

	^{168}Yb	^{170}Yb	^{171}Yb	^{172}Yb	^{173}Yb	^{174}Yb	^{176}Yb
^{168}Yb	13.33(18)	6.19(8)	4.72(9)	3.44(10)	2.04(13)	0.13(18)	-19.0(1.6)
^{170}Yb		3.38(11)	1.93(13)	-0.11(19)	-4.30(36)	-27.4(2.7)	11.08(12)
^{171}Yb			-0.15(19)	-4.46(36)	-30.6(3.2)	22.7(7)	7.49(8)
^{172}Yb				-31.7(3.4)	22.1(7)	10.61(12)	5.62(8)
^{173}Yb					10.55(11)	7.34(8)	4.22(10)
^{174}Yb						5.55(8)	2.88(12)
^{176}Yb							-1.28(23)

7.2 衝突断面積の温度依存性

three-parameter モデルポテンシャルを用いて、ゼロエネルギーでない場合の部分波の衝突確率を計算する事が出来る。図 7.1 は、同種同位体のエネルギーによって変化する衝突断面積を表している。遠心力障壁による quasibound rovibrational levels の存在によって形状共鳴が引き起こされ、衝突断面積が共鳴し大きくなる事がある。参考文献 [38, ?] ですでに指摘されたように、 ^{174}Yb には d 波形状共鳴が存在する。図 7.1 の範囲外であるが、モデルを用いた計算により $E/h = 4.5$ MHz, すなわち $E/k_B = 220$ μK 付近で衝突断面積が緩やかなピークをもつとわかる。また、 ^{173}Yb に関して、図 7.1 の $E/k_B = 48$ μK 付近に見られるように、 p 波形状共鳴が存在すると分かった。

s 波衝突による位相シフトがゼロであるとき、衝突断面積への s 波の寄与もゼロとなる。このようなゼロエネルギーの点は、衝突断面積における Ramsauer-Townsend 極小値である。この極小値は、他の部分波の衝突断面積における寄与が無視できる程度である衝突エネルギーの時に、特に顕著となる。 ^{171}Yb や ^{176}Yb のように散乱長が絶対値の小さい負の値を持つものが低エネルギー衝突をおこす場合に、この効果が起こる。図 7.1 のように、 ^{171}Yb と ^{176}Yb についてそれぞれ 2 μK と 25 μK 付近で衝突断面積の極小値がある。これは、これらの同位体が蒸発冷却を効率良く行えない事の説明となる。

7.2.1 Yb 同位体を用いた散乱長の選択

換算質量が $168/2$ から $176/2$ に変化する時、散乱長は $-\infty$ から $+\infty$ に変化する。実際、様々な散乱長の値を与える組み合わせが Yb 同位体には存在し、負で大きさの大きい散乱長である ^{172}Yb - ^{172}Yb , ^{171}Yb - ^{173}Yb , ^{170}Yb - ^{174}Yb , および ^{168}Yb - ^{176}Yb の組み合わせ、ほぼゼロの小さい散乱長となる ^{172}Yb - ^{172}Yb , ^{171}Yb - ^{173}Yb , ^{170}Yb - ^{174}Yb , および ^{168}Yb - ^{176}Yb の組み合わせ、そして正で大きな散乱長となる ^{172}Yb - ^{173}Yb および ^{171}Yb - ^{174}Yb の組み合わせが存在する。つまり、同位体の組み合わせを選ぶ事により、選択的に実に広範囲の散乱長をもつ系を選ぶ事が出来る [51]。

7.3 質量スケール則の検証

式 (7.1) で表される three-parameter モデルポテンシャルは、Yb 同位体のすべての組み合わせについて成り立つ時、式 (2.24) で表される単純な解析式も成立すると考えられる。この式から導き出される結果は、図 7.2 (a) に示される数値計算結果と分けて考える事は出来ない。モデルポテンシャルから数値計算に導き出された散乱長と、式 (2.24) に示す解析式から導き出された散乱長の差は、最も大きな散乱長をもつ ^{172}Yb を除いて 0.03 nm 以下である。 ^{172}Yb の場合は 0.35 nm となる。また、同様の事が異種同位体間の散乱長に関しても成り立ち、ほぼ 0.03 nm 以下となる。

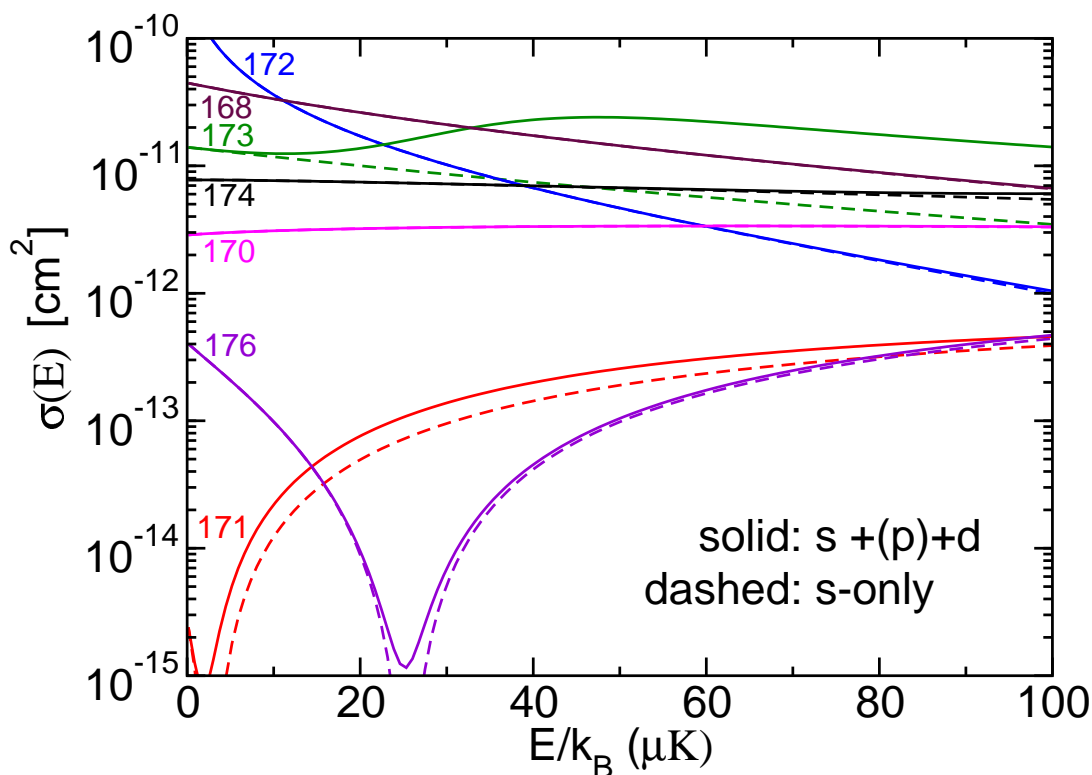


図 7.1 同種の Yb 原子に関して、散乱断面積の温度変化を表したグラフ。横軸が衝突エネルギー E/k_B 、縦軸が散乱断面積の計算値 $\sigma(E)$ である。各曲線の数字は、同位体の質量数を表す。偶数はボソンであり、奇数はフェルミオンである。点線は全散乱断面積における s 波衝突の寄与を示しており、実線は、ボソンの場合は s 波衝突と d 波衝突の寄与を示しており、フェルミオンの場合は s 波衝突、p 波衝突、d 波衝突の寄与を示している。ゼロエネルギー極限での散乱断面積は、ボソンは $8\pi a^2$ であり、フェルミオンは $4\pi a^2$ である。

実験誤差値も考慮したデータへフィッティングした際にフィッティングエラーが大きければ、質量スケーリング則の破綻を示唆する事となる。しかし、単純なモデルを用いた事によるフィッティングへの制約の可能性も考えられる。1 GHz オーダーの small mass-dependent 補正をポテンシャル深さに対して行ったところ、各同位体でほぼ実験誤差以内でフィッティングが出来た。その結果によると、重い同位体ほどポテンシャルが深いように思われる。質量スケーリングの確度と限界を定量的に測るに、Yb の同位体を用いた今回の実験が可能か否かを見極めるには、さらなる研究が必要である。

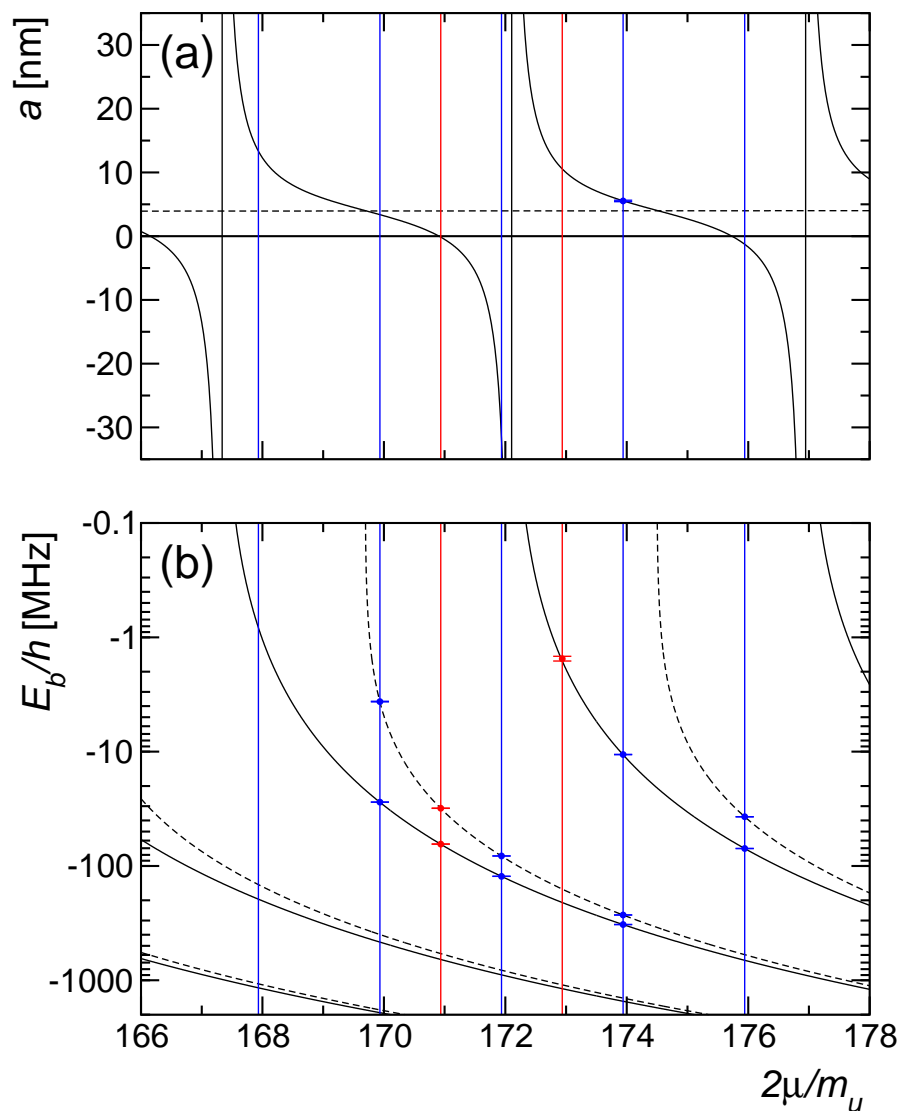


図 7.2 式 (7.1) で表される three parameter モデルによって計算された散乱長 (a) と束縛エネルギー (b) を横軸を換算質量の 2 倍、 2μ として表す。グラフ中の垂線は、7 つの同位体それぞれの質量を表す。(b) における実線と点線は、それぞれ $J = 0$ と 2 の曲線である。エラーバーは、実験値の誤差である。(a) には第 5 章で求めた散乱長も示した。また、(a) の点線で表される水平線は、平均散乱長 \bar{a} である。

第 8 章

まとめと今後の展望

本研究において、2光子光会合によって 1S_0 電子基底状態におけるYb分子の束縛準位を直接分光することに世界で初めて成功した。スピン禁制遷移である $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた2光子光会合での分光も世界初である。 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 遷移を用いた2光子光会合では ^{174}Yb のみであったが、 $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いた2光子光会合では、Ybの7つの安定同位体のうち ^{168}Yb を除く ^{170}Yb 、 ^{171}Yb 、 ^{172}Yb 、 ^{173}Yb 、 ^{174}Yb 、 ^{176}Yb の6つの同位体について束縛準位を分光する事に成功した。その束縛準位から s 波散乱長を算出し、Ybの7つの安定同位体すべてにおいて s 波散乱長を高精度に求める事が出来た。質量スケールリング則に関しては、本研究での測定精度範囲内では成立しているとの結果を得たが、より詳細な議論をするにはより高精度な実験が必要である。

s 波散乱長は極低温の原子集団の振る舞いを決定する重要な物理量であり、高精度に求めた s 波散乱長の値は今後のYb原子を用いた冷却原子系の研究の発展に大いに寄与するものである。本研究が行われてからおよそ2年の月日が経過しており、Yb原子を用いた研究にも飛躍的な進展が見られる。特に、光格子にトラップされたYb原子のBECを用いた、超流動状態からモット絶縁体への相転移の実現 [55] が、光格子時計や量子コンピュータと言った応用へ向けて注目を集めている。その為に必須となる技術の中で、光会合に関するものの展望について述べる。

まず、本研究においては s 波散乱長を決定したのであるが、この散乱長を制御することにより極低温での原子集団の振る舞いを制御出来る。Yb原子においては、optical Feshbach効果による散乱長制御が有効であると考えられているが、特に線幅の狭い $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移を用いる事により、optical Feshbach効果に伴う原子数の減少を低減する事が可能である [56]。この $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ 遷移によるYb原子の散乱長制御は2008年に我々の研究室により達成している [57]。今後、より線幅の狭い $^1S_0 \rightarrow ^3P_{0,2}$ 遷移を用いることによる、より実用的なoptical Feshbach効果の実験、研究などが期待される。さらに、本研究で行った光会合は同種原子を用いたものであるが、異種原子を用いたヘテロの2原子分子光会合実験が望まれる。特に同位体が豊富であるというYb原子の特徴を生かした異種同位体混合系などでoptical Feshbach効果の実験を行い散乱長を制御し、原子集団の振る舞いを制御する為にヘテロ2原子分子の振動束縛準位を分光することは必須である。

付録 A

2 原子分子に関して

本章では 2 原子分子の理論的な面について概説する。

A.1 電子項の分類

原子における電子項の分類では、例えば全軌道角運動量 L による分類がある。しかし、分子は数個の核が集まって形成されるものであり、核の作る電場には中心対称性がなく、全軌道角運動量 L における分類は出来ない。しかし、2 原子分子では 2 つの原子核の中心を貫く軸を考えたとき、この軸周りの対称性がある。このため、軌道角運動量のこの軸への投影によって、分子の電子項を分類することが出来る。分子軸への軌道角運動量の投影は一般に Λ で表され、 $\Lambda = 0, 1, 2, \dots$ の値をとる。この $\Lambda = 0, 1, 2, \dots$ をギリシャ文字を用いてそれぞれ $\Sigma, \Pi, \Delta, \dots$ と表す。さらに、 Λ に加えて分子内のすべての電子の全スピン S によって分類され、 $(2S + 1)$ 重の縮退が存在する ($S = 0$ を除く)。この量子数 $(2S + 1)$ を多重度と呼ぶ。

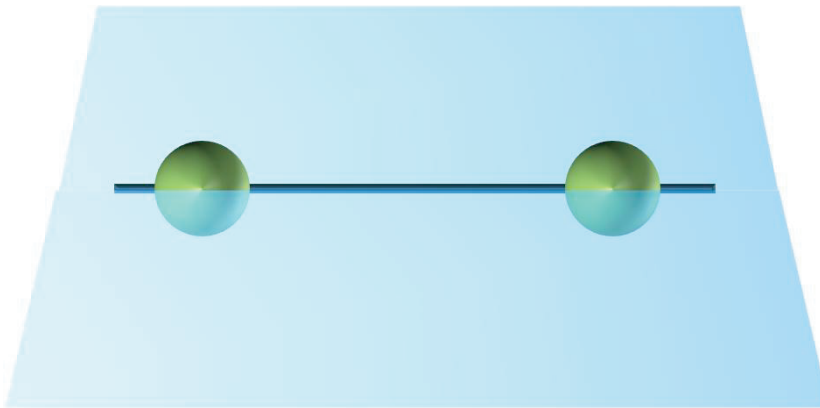


図 A.1 2 原子分子を特徴付ける分子軸と鏡映面の概念図。

次に、分子軸を含む平面に対する鏡映対称性を考える。このような鏡映操作を行った場合、分子のエネルギーは変化しないが角運動量の符号が変化し、鏡映操作前と後で状態は

同一ではない。この事から、2重に縮退している事が分かる。しかし、 $\Lambda = 0$ の場合は鏡映操作前と後で状態が変化しない。鏡映操作は2回行うことにより、恒等変換と考えることが出来る。すなわち、 $\Lambda = 0$ の場合の鏡映操作によって波動関数にかかる係数を c としたとき、 $c^2 = 1$ となる。今、 $\Lambda = 0$ の場合、すなわち Σ 項を考えているので、 $c = 1$ の場合と $c = -1$ の場合をそれぞれ Σ^+ 、 Σ^- と表す。

以上は2原子が同種原子、異種原子にかかわらず適応されるが、2原子が同種原子に限った場合新たな対称性が現れる。原子核の中心を結ぶ線分の中点に対して対称となる。この中点を原点として座標を設定した場合、分子内の全電子の座標の符号を反転しても系を表すハミルトニアンは不変となる。この時、波動関数は符号を変える場合と変えない場合がある。前者を奇状態 (ungerade)、後者を偶状態 (gerade) と呼び、それぞれ指数 u 、 g で表す。

以上の例として、 $\Lambda = 0$ で、全スピン $s = 1$ であり、鏡映操作によって波動関数の符号が変化せず、同種原子で奇状態の場合、 ${}^3\Sigma_u^+$ と表記する。

A.2 Hund's case

分子スペクトルを実験で得た場合に、どの量子数がよい量子数になるかは様々な条件によって異なる。エネルギー間隔が比較的大きな物理量を先ず考え、次にエネルギー間隔が比較的小さな物理量を扱えばよい。この場合分けとして、いわゆる Hund's case が知られている。ここでは、この Hund's case などを説明する。なお、電子スピン S の分子軸への射影を Σ と表し、 Σ の値は、 $\Sigma = S, S - 1, \dots, -S$ を取り得る。

- 電子スピンと電子の軌道角運動量が主な場合

原子核の回転 R と比較して、電子スピンと電子の軌道角運動量が多い場合である。この時、電子スピンの分子軸への射影 Σ と軌道角運動量の分子軸への射影 Λ の和を Ω として、

$$J = \Omega + R \quad (\text{A.1})$$

で定義される J がよい量子数となる。これは Hund's case a と呼ばれる。

- 分子の回転エネルギーが主な場合

この場合は、 S の分子軸への射影が小さい。主に $\Lambda = 0$ の Σ 状態で起こる。この時、

$$J = R + S \quad (\text{A.2})$$

で表される J がよい量子数となる。これは Hund's case b と呼ばれる。

- 電子スピンと軌道角運動量の相互作用が主な場合

電子のスピンと軌道角運動量の相互作用が、それぞれの分子軸への射影より大きい場合である。2原子の核間距離が大きい場合に起こる。本研究における Boson

の Yb 分子もこの場合に該当する。まず、電子のスピン S と軌道角運動量 L によって、

$$J_a = S + L \quad (\text{A.3})$$

で表される J_a が形成される。この J_a の分子軸への射影によって Ω が形成される。この Ω がよい量子数となる。これは Hunt's case c と呼ばれる。この場合ではスピンの軌道角運動量の合成をまず考えるので、それぞれの分子軸への射影である Λ や Σ が定義されない。そこで、 Ω の値のみを用いて、0 状態、 $\frac{1}{2}$ 状態、1 状態、... と呼ぶ。

- 全角運動量と核スピンの相互作用が主な場合

全角運動量の分子軸への射影より、全角運動量と核スピンの分子軸への射影をそれぞれ ϕ 、 η として、

$$\Phi_e = \phi + \eta \quad (\text{A.4})$$

で定義される Φ_e がよい量子数となる。本研究におけるフェルミオンの ^{171}Yb の光会合で初めて分光された。Hunt's case c の場合よりもさらに原子核間の距離が大きくなると測定される。なお、Boson の Yb 分子は核スピンを持たないのでこの場合には当てはまらない。

付録 B

結合エネルギーと散乱長

結合エネルギー E と散乱長を結びつける解析的な式がいくつか知られている。これらは厳密に散乱長を決定するには不適であるが、例えば 2 光子光会合において最浅準位を探索する際に参考になる。

まず、散乱長が非常に大きい場合だが、この時衝突する 2 原子の換算質量を μ として

$$E = -\frac{\hbar^2}{2\mu a^2}, \quad (\text{B.1})$$

で表される。

次に、 $\bar{a} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(5/4)} \beta_6$ として、 $a \gg \bar{a}$ であるが散乱長がそれほど大きくない場合に関して Gribakin と Flambaum は式 B.1 を修正し [37]、

$$E = -\frac{\hbar^2}{2\mu(a - \bar{a})^2}, \quad (\text{B.2})$$

を得た。ここで、 $\beta_6 = (\frac{mC_6}{\hbar^2})^{1/4}$ である。

さらに、散乱長が $a \geq \bar{a}$ の場合に適応できる解析的な式が Gao によって求められた [58]、

$$E = -\frac{\hbar^2}{2\mu(a - \bar{a})^2} \left(1 + \frac{c_1}{(a - \bar{a})} + \frac{c_2}{(a - \bar{a})^2} \right). \quad (\text{B.3})$$

ここで、 $c_1 = 0.4387552$ 、 $c_2 = -0.2163139$ である。

本研究で求めた s 波散乱長と式 B.1, B.2, B.3 を用いて、最浅束縛準位の解離極限からの離調 [MHz] を求めた。表 B.1 に結果を示す。平均散乱長と散乱長の差が小さい ^{174}Yb では、式 B.1 を用いた計算結果は測定値とオーダーでの一致が見られない。しかし、式 B.2, B.3 を用いた計算結果のいずれにおいても測定値とオーダーは合っている。また、 ^{173}Yb においても式 B.1 を用いた計算結果は測定値とオーダーでの一致が見られないが、式 B.2, B.3 を用いた計算結果のいずれにおいても測定値と非常に近い値を得ている。このことから、平均散乱長より散乱長が大きいほど実験結果に一致すると考えられる。 ^{168}Yb に関して、自然存在比の極端な少なさから冷却原子集団を用意できず実験結果を得ていないが、 ^{173}Yb と ^{174}Yb から推察するに、式 B.2, B.3 を用いた計算結果は測定

表 B.1 $a \geq \bar{a}$ を満たす Yb の安定同位体の s 波散乱長、平均散乱長、最浅束縛準位の測定値、および式 B.1, B.2, B.3 を用いて求めた最浅束縛準位の解離極限からの離調 [MHz]。平均散乱長より散乱長が大きいほど実験結果に一致すると考えられる。

	^{168}Yb	^{173}Yb	^{174}Yb
散乱長 a [nm]	13.33	10.55	5.55
平均散乱長 \bar{a} [nm]	3.944	3.973	3.979
最浅束縛準位 (測定値) [MHz]	測定値なし	1.539	10.612
最浅束縛準位 (式 B.1) [MHz]	0.3388	0.5253	1.887
最浅束縛準位 (式 B.2) [MHz]	0.6836	1.352	23.56
最浅束縛準位 (式 B.3) [MHz]	0.7139	1.435	28.08

値と非常に近い値であると考えられる。今後、 ^{168}Yb の最浅束縛準位を探索する場合、参考になるはずである。しかし、解離極限から 0.7139[MHz] という値から、光会合用レーザー光の強度を抑えるなどの工夫が必要であると推し量られる。

付録 C

光会合用レーザー光の周波数補正

C.1 光会合用レーザー光の周波数補正

光会合用のレーザー光は、MOT 光と光源が共通である。それを AOM を用いてスイッチングしており、MOT のローディング時は AOM によってはねられた一次光が MOT 光として用いられている。MOT のローディングが終わり、光トラップに原子が移されると AOM のスイッチが OFF になり、周波数変調をうけることなくゼロ次光のみが AOM を通過して、光会合用レーザー光として用いられる。レーザー光のパスの模式図を図 C.1 に示した。パス中の f_L 、 f_1 、 f_T は、それぞれ AOM 入射前のレーザー光の周波数、AOM によって変調される周波数、光会合用レーザー光の周波数変調システムによって変調される周波数をあらわす。MOT 光の周波数は、MOT が吹き飛ばす周波数を基準としている。 f_1 が約 80MHz であるため、実験中、扱いを簡単にするために f_T が 80MHz で原子の共鳴となると考えている。しかし、MOT の原子数が最大になるように MOT レーザーは離調されており、それらを考慮して光会合用レーザー光が原子の共鳴となる周波数を考えられなければならない。

今、ULE に対する MOT 光の離調を f_d 、MOT の共鳴周波数を f_0 とすると、

$$f_L + f_1 = f_0 - 2f_d \quad (\text{C.1})$$

$$f_L + f_T = f_0 \quad (\text{C.2})$$

の関係式が成り立つ。これらから、

$$f_T = f_1 + 2f_d \quad (\text{C.3})$$

となる。これから、光会合用レーザー光の周波数が原子の共鳴となる時の f_T の値がわかる。例えば、よく用いる値として、 $f_1 = 79.25(\text{MHz})$ 、 $f_d = 0.60(\text{MHz})$ の時、 $f_d = 80.45(\text{MHz})$ となる。

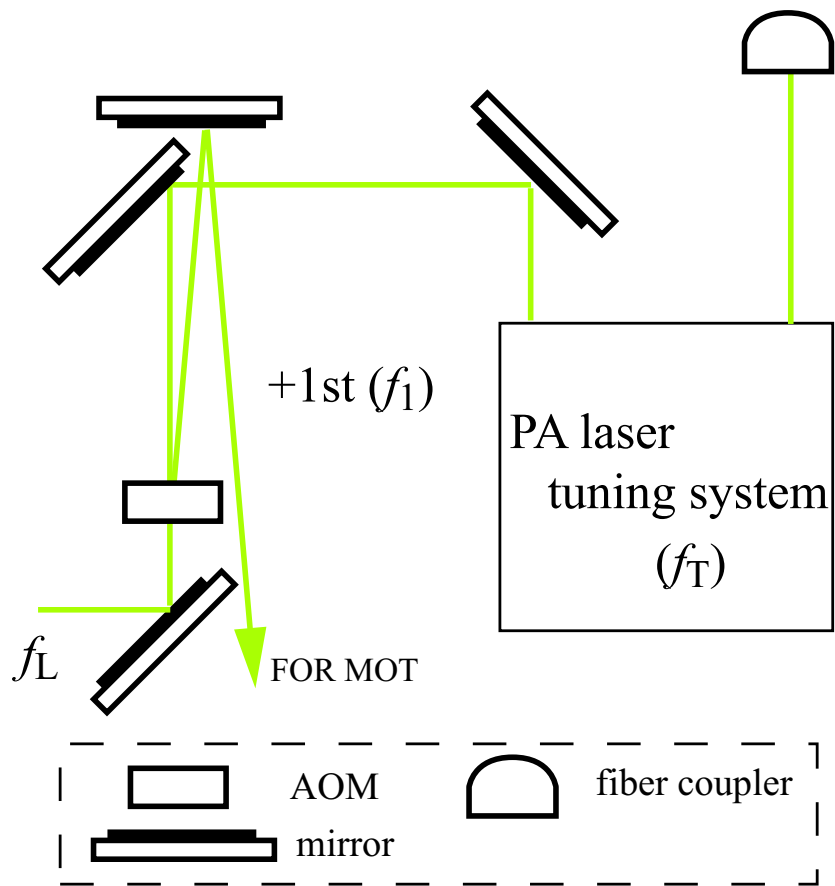


図 C.1 光会合用レーザー光のパスの模式図。図中の AOM は、MOT 光のスイッチングをするものである。パス中の f_L 、 f_1 、 f_T は、それぞれ AOM 入射前のレーザー光の周波数、AOM によって変調される周波数、光会合用レーザー光の周波数変調システムによって変調される周波数をあらわす。

付録 D

Photon scattering rate

原子は光子を吸収することにより、recoil energy $E_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ 分加熱される。ここで、 k は波数、 m は原子の質量である。光の吸収を繰り返し原子が過熱されることにより、原子の温度がトラップポテンシャルを超えるとトラップロスとなる。単位時間あたりの光の吸収回数 Γ_p は次の式で表わされる。

$$\Gamma_p = \frac{\frac{\gamma_e}{2} \frac{I}{I_s}}{1 + \frac{I}{I_s} + \left(\frac{2\Delta}{\gamma_e}\right)^2} \quad (\text{D.1})$$

ここで、 I 、 I_s 、 γ_e および Δ はそれぞれ、レーザー光の強度、飽和強度、励起状態からの decay rate および共鳴周波数からの離調である。式 (D.1) によると Γ_p は Δ の 2 乗に反比例するので、共鳴周波数からの離調を十分大きくとれば photon scattering による原子のトラップロスを抑える事ができるとわかる。さらに、式 (D.1) により、 I を小さくする事によっても原子のトラップロスを抑える事ができる。また、 Γ_p は単位時間当たりの光の吸収回数なので、レーザー光の照射時間を短くする事によっても原子のトラップロスを抑える事が可能である。

光会合を行う際は、photon scattering を抑えなければ、光会合以外の原子のトラップロスが支配的になってしまい、光会合信号を得ることが困難となる。共鳴周波数からの離調は分光対象となる準位によってある程度決まってしまう。このため、光会合光の強度、照射時間に関して最適条件にてスペクトルを得ることが重要となる。

参考文献

- [1] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Klenppner, and T. J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).
- [2] F. Pereira Dos Santos, J. Leonard, J. Wang, C. J. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3459 (2001).
- [3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [4] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [5] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni, and M. Inguscio, *Science* **294**, 1320 (2001).
- [6] Axel Griesmaier, Jörg Werner, Sven Hensler, Jürgen Stuhler, and Tilman Pfau, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 160401 (2005).
- [7] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795 (2000).
- [8] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wiemann, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [9] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H. C. Nagerl, and R. Grimm, *Science*, **299**, 232 (2003).
- [10] T. Fukuhara, S. Sugawa and Y. Takahashi, *Phys. Rev. A* **76**, 051604R (2007).
- [11] Y. Takasu, K. Maki, K. Komori, T. Takano, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, and Y. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 040404 (2003).
- [12] B. DeMarco and D. S. Jin, *Science* **285**, 1703 (1999).
- [13] A. G. Truscott, K. E. Strecker, W. I. McAlexander, G.B. Partridge, and R. G. Hulet, *Science* **291**, 2570 (2001).
- [14] T. Fukuhara, Y. Takasu, M. Kumakura, and Y. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 030401 (2007).
- [15] J. M. Walter and S. Barratt, The existence of intermetallic compounds in the vapour state. The spectra of the alkali metals, and their alloys with each other,

- Proc. R. Soc. Lond.* **119**, 257-275 (1928).
- [16] E.R.I. Abraham, W.I. McAlexander, J.M. Gerton, R.G. Hulet, R. Côté, and A. Dalgarno, *Phys. Rev. A* **55**, R3299 (1997).
- [17] F.A. van Abeelen and B.J. Verhaar, *Phys. Rev. A* **59**, 578 (1999).
- [18] H. Wang, A.N. Nikolov, J.R. Ensher, P.L. Gould, E.E. Eyler, W.C. Stwalley, J.P. Burke, Jr., J.L. Bohn, Chris. H. Greene, E. Tiesinga, C.J. Williams, and P.S. Julienne, *Phys. Rev. A* **62**, 052704 (2000).
- [19] P.S. Julienne, F.H. Mies, E. Tiesinga, and C.J. Williams, *ibid.* **78**, 1880 (1997).
- [20] J.L. Roberts, N.R. Claussen, J.P. Burke, Jr., C.H. Greene, E.A. Cornell, and C.E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5109 (1998).
- [21] C. Chin, V. Vuletic, A.J. Kerman, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2717 (2000).
- [22] P.J. Leo, C.J. Williams, and P.S. Julienne, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2721 (2000).
- [23] S. Moal, M. Portier, J. Kim, J. Dugué, U.D. Rapol, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **96** 023203 (2006).
- [24] P. S. Julienne, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol*, **101**, 487 (1996).
- [25] C. Boisseau, E. Audouard, J. Vigue, and P. S. Julienne, *Phys. Rev. A* **62**, 052705 (2000).
- [26] R. J. LeRoy *et al.*, *J. Chem. Phys.* **52**, 3869 (1970).
- [27] Reginaldo Napolitano, John Weiner, Carl J. Williams, and Paul S. Julienne, *Phys. Rev. A* **73**, 1352 (1994).
- [28] John L. Bohn, and P. S. Julienne, *Phys. Rev. A* **54**, R4637 (1996).
- [29] S. H. Autler, and C.H. Townes, *Phys. Rev.* **100**, 703 (1955).
- [30] U. Schldor, T. Deuschle, C. Silber, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. A* **68**, 051403 (2003).
- [31] K. Bergamann, H. Theuer, and B. W. Shore, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1003 (1998).
- [32] Bruno Laburthe Tolra, Cyril Drag, and Pierre Pillet, *Phys. Rev. A* **64**, 061401(R) (2001).
- [33] R. Ciurylo, E. Tiesinga, S. Kotochigova, and P. S. Julienne, *Phys. Rev. A* **70**, 062710 (2004).
- [34] Y. Takasu, K. Komori, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, and Y. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 123202 (2004).
- [35] P. Naidon, private communication (2006).
- [36] K. Winkler, G. Thalhammer M. Theis, H. Ritsch, R. Grimm, and J. Hecker Denschlag, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 063202 (2005).
- [37] G.F. Gribakin and V.V. Flambaum, *Phys. Rev. A* **48**, 546 (1993).
- [38] S. Tojo, Masaaki Kitagawa, Katsunari Enomoto, Yutaka Kato, Yosuke Takasu, Mitsutaka Kumakura, and Yoshiro Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 153201 (2006).

- [39] K. Honda, Y. Takasu, T. Kuwamoto, M. Kumakura, Y. Takahashi, and T. Yabuzaki, *Phys. Rev. A* **66**, 021401(R) (2002).
- [40] K.M. Jones, P.D. Lett, E. Tiesinga, and P.S. Julienne, *Phys. Rev. A* **61**, 12501 (1999).
- [41] Y. Takasu, T. Fukuhara, M. Kitagawa, M. Kumakura, and Y. Takahashi, *Laser Physics* **16** (4), 713-717 (2006).
- [42] M. Movre and G. Pichler, *J. Phys. B* **10**, 2631 (1977).
- [43] W. C. Stwalley, T.-H. Uang, and G. Pichler, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 1164 (1978).
- [44] R.A. Cline, J.D. Miller, and D.J. Heinzen, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 632 (1994).
- [45] L.P. Ratliff *et al.*, *J. Chem. Phys.* **101**, 2638 (1994).
- [46] H. Wang, P.L. Gould, and W.C. Stwalley, *Phys. Rev. A* **53**, R1216 (1996).
- [47] A. Fioretti, D. Comparat, A. Crubellier, O. Dulieu, F. Masnou-Seeuws, and P. Pillet, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4402 (1998).
- [48] Xiaotian Wang, He Wang, Phillip L. Gould, and William C. Stwalley, *Phys. Rev. A* **57**, 4600 (1998).
- [49] D. Comparat *et al.*, *Eur. Phys. J. D.* **11**, 59 (2000).
- [50] J. Léonard *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 073203 (2003).
- [51] Y. Takahashi, Y. Takasu, K. Komori, K. Honda, M. Kumakura, and T. Yabuzaki, in *Proceedings of the XVIIIth International Conferene on Atomic Physics, Massachusetts, 2003*, edited by H.R. Sadeghpour, E.J. Heller, and D.E. Pritchard, (World Scientific, New Jersey,, 2002).
- [52] X. Chu, A. Dalgarno, and G.C. Groenenboom, *Phys. Rev. A* **75**, 032723 (2007).
- [53] P. Zhang and A. Dalgarno, preprint (2007).
- [54] A.A. Buchachenko, G. Chałasiński, and M.M. Szczeńsiak, *Eur. Phys. J. D* (to be published). T. Fukuhara, Y. Takasu, M. Kumakura, and Y. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 030401 (2007).
- [55] T. Fukuhara, S. Sugawa, M. Sugimoto, S. Taie, and Y. Takahashi, *Phys. Rev. A* **79**, 041604(R) (2009).
- [56] R. Ciurylo, E. Tiesinga, and P. S. Julienne, *Phys. Rev. A* **71**, 030701 (2005).
- [57] K. Enomoto, K. Kasa, M. Kitagawa, and Y. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 203201 (2008).
- [58] Bo Gao, *J. Phys. B.* **37**, 4273 (2004).